

# PODEŠAVANJE LINEARNIH REGULATORA

Do sada su obradjeni svi elementi konture i preostalo je da se pokažu postupci za izbor zakona upravljanja (izbor regulatora) i postupci za odredjivanje parametara podešavanja regulatora, čime se vezuju i posljednji stepeni slobode u konturi.

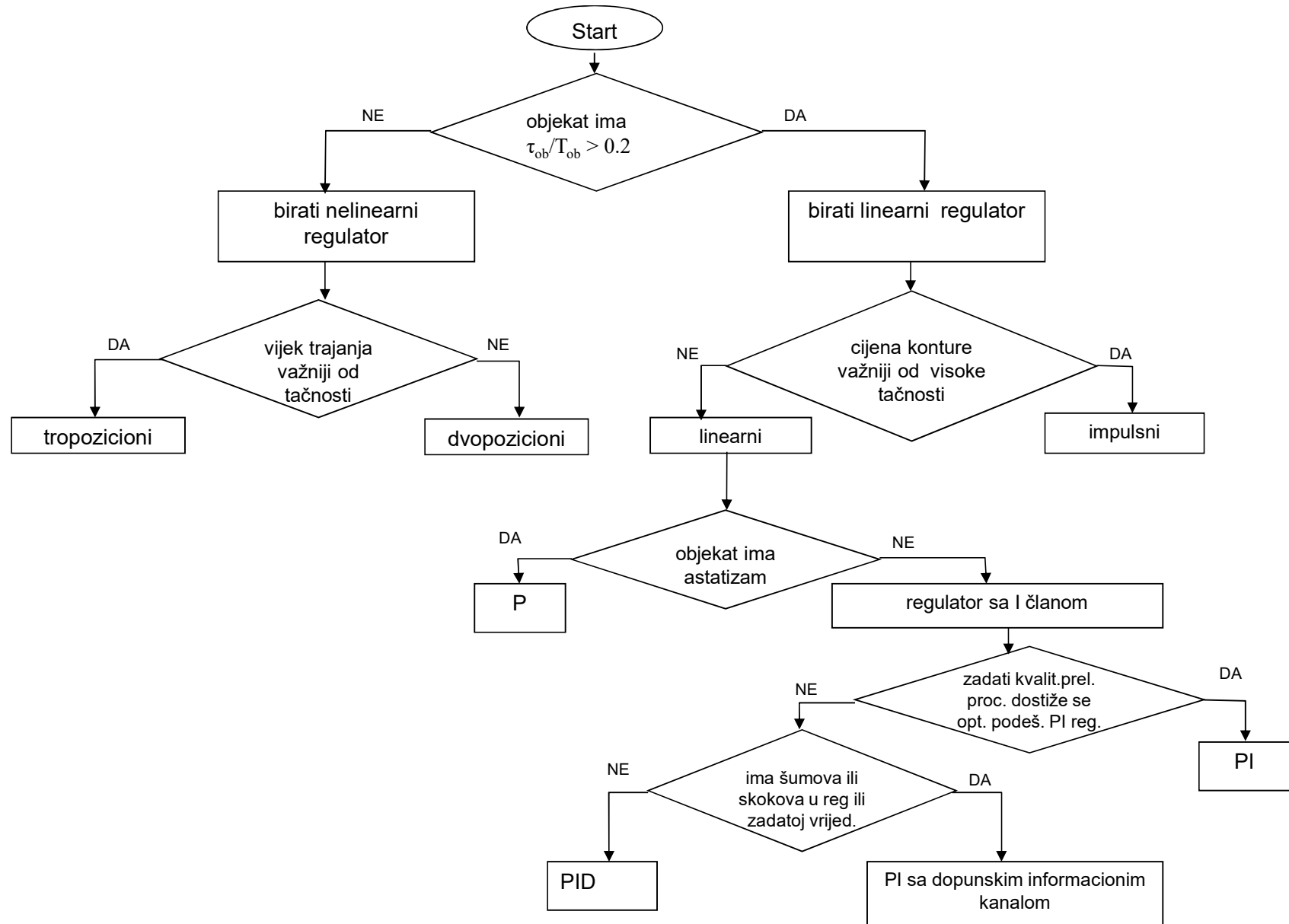
## **Izbor zakona upravljanja**

S obzirom da je u savremenim uslovima izvršena značajna tipizacija tehničkih sredstava automatike, i ekonomski razlozi diktiraju što užu nomenklaturu organa za obradu informacija, projektant sistema automatskog upravljanja je ograničen u svome izboru tipova regulatora koje ce primjeniti u konturi. Savremeni sistemi tehničkih sredstava automatike stavljaju na raspolaganje regulatore prema Tabeli1, koja ne iscrpljuje svu nomenklaturu jer neki proizvođači iz različitih razloga (obično je u pitanju tradicija) nude i druge tipove regulatora, ali, ono što Tabela1 daje, zadovoljava u ogromnoj većini slučajeva. Zato će i postupci proračuna stepena slobode regulatora biti dati samo za navedene regulatore, u tabeli označene od 1 do 7.

## Tabela 1

Tip regulatora		ulazni signal	izlazni signal	primjena	izvršni organ
1	PI	standardni 4-20 mA (0-20mA)	standardni 4-20 mA (0-20mA)	univerzalna	Proporcionalni
2	PID	standardni 4-20mA (0-20mA)	standardni 4-20 mA (0-20mA)	univerzalna	Proporcionalni
3	PI	standardni 4-20 mA (0-20mA)	PDM(impulsno širinski modulisan)	univerzalna	impulsni
4	PID	standardni 4-20 mA (0-20mA)	PDM	univerzalna	impulsni
5	P	nestandardni	nestandardni	specijalna	specijalni
6	DVOPOZICIONI	nestandardni	relejni	specijalna	rele
7	TROPOZICIONI	nestandardni	relejni	specijalna	rele

- a. Ako je objekat višeg reda ( $\tau_{ob}/T_{ob} > 0.2$ ), nema šumove od strane informacionog organa ili zadate vrijednosti, nema skokovite promjene zadate vrijednosti, primarni zahtjev je visoki kvalitet upravljanja a cijena nije bitno ograničenje - bira se PID tip 2
- b. Ako je situacija ista kao a) ali postoje šumovi od strane informacionog organa ili zadate vrijednosti ili postoje promjene zadate vrijednosti - bira se PI tip 1.
- c. Ako je situacija ista kao a) ali nije primaran vrhunski kvalitet upravljanja nego se traži niža cijena konture na račun određenog žrtvovanja kvaliteta - bira se PID tip 4.
- d. Ako je situacija ista kao b) ali nije primaran visoki kvalitet upravljanja nego se traži niža cijena konture na račun žrtvovanja kvaliteta - bira se PI, tip 3.
- e. Ako je objekat astatickog tipa, veoma se insistira na niskoj cijeni regulacije, ili ako je objekat statickog tipa, a ne postavlja se kao bitan uslov visoki kvalitet prelaznog procesa, a pri tome se radi o specijalnom rješenju za konkretni objekat, često uz uslov da je regulator bez pomoćne energije (direktni regulator) - bira se P regulator, tip 5.
- f. Ako je objekat nižeg reda ( $\tau_{ob}/T_{ob} < 0.2$ ), ne postavlja se uslov visokog kvaliteta regulacije, traži se niska cijena konture - bira se dvopozicioni regulator - tip 6.
- g. Ako je situacija ista kao u f), a pri tome se insistira na dugovječnosti izvršnih organa na račun tačnosti držanja zadate vrijednosti, uz žrtvovanje širokog dijapazona promjene zadate vrijednosti - bira se tropozicioni regulator tip 7.

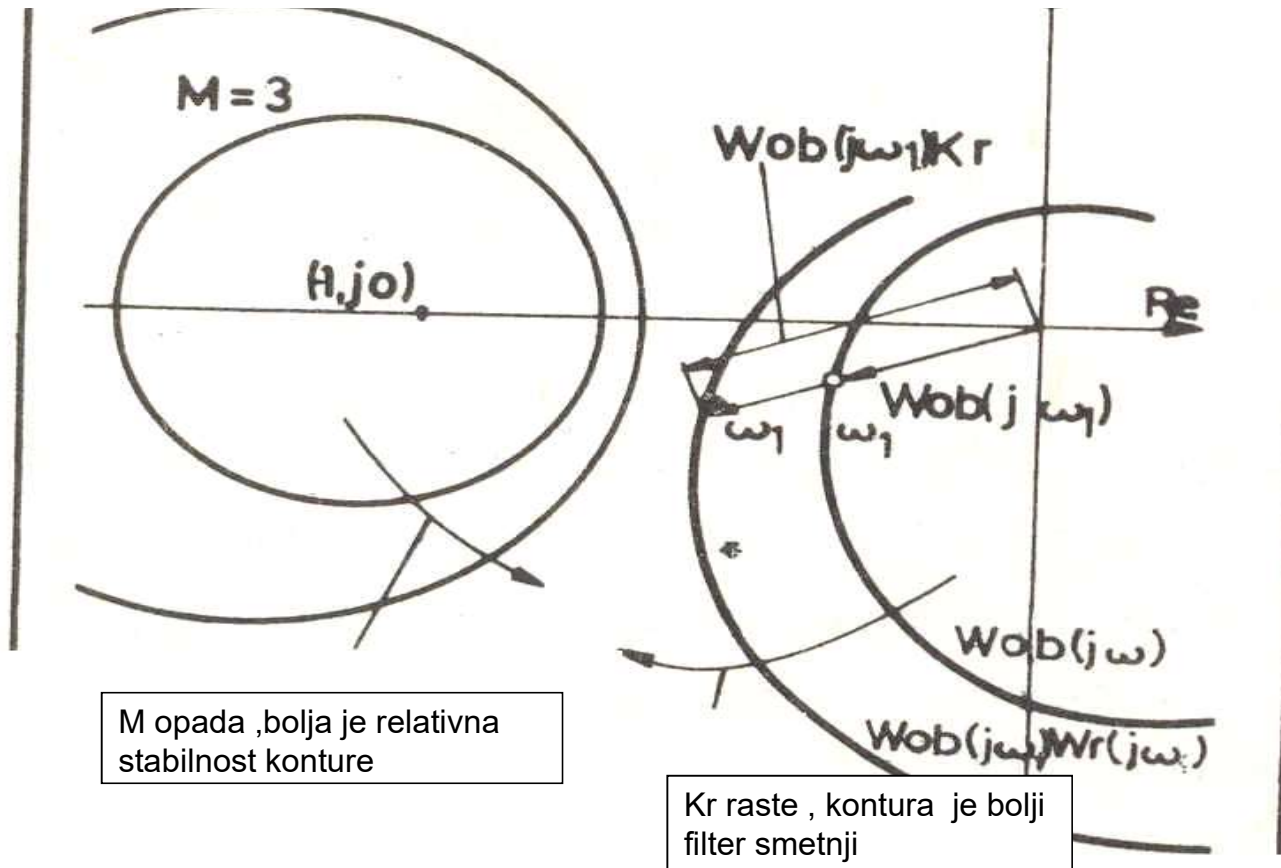


Razlozi za preporuke pri izboru regulatora prema a) do g) nije teško uočiti i bez detaljnijeg obrazloženja (na pr: D član ne podnosi šumove i skokovite pobude; proporcionalni servomotori su skuplji od impulsnih; statički objekti traže I član u regulatoru, a astatički ne jer egzistira u objektu; kvalitetno upravljanje traži da statička greska bude jednaka nuli; itd). Vizuelizirana ova razmišljanja data su na prethodnom slajdu u formi organigrama.

## **Određivanje optimalnog podešavanja linearnih regulatora**

Ranije je pokazano je da regulaciona kontura predstavlja optimalni filter smetnji ako je pojačanje regulatora  $k_r$  maksimalno moguće, integralno vrijeme regulatora  $T_i$  minimalno moguće, odnos  $k_r/T_i$  maksimalno moguć, a  $T_d$  odgovarajuće odabranom  $T_i$ . Pokazano je, takođe, da kontura ima zadovoljavajuću relativnu stabilnost ako amplitudno-fazna karakteristika otvorene konture ne prolazi kroz krug sa zadatim indeksom  $M$ , koji predstavlja tehnički uslov kvaliteta prelaznog procesa.

## Određivanje optimalnog podešavanja linearnih regulatora



Navedena dva zahtjeva su kontraverzna jer, kako to pokazuje slika. nacrtana za P regulator, prvi zahtjev pomiče amplitudno-faznu karakteristiku prema opasnoj tački  $(-1, j0)$ , a povećani zahtjevi relativne stabilnosti (manji  $M$ ) ne dopušta ulazak karakteristike u zonu blisku opasnoj tački.

Očigledno je da se problem izbora parametara podešavanja regulatora svodi na kompromis da se parametri izaberu prema prvom kriterijumu uz ograničenja koja nosi drugi kriterijum.

Na primjeru P regulatora biće pokazan postupak:

1. Crta se amplitudno-fazna karakteristika otvorenog sistema sa P regulatorom koji ima pojačanje  $k_r = 1$  (ta karakteristika se poklapa sa amplitudno-faznom karakteristikom objekta, samo je bezdimenzionalna),
2. Crta se krug sa zadatim indeksom  $M$ .
3. Zadavši neku vrijednost za  $k_r$ , crta se karakteristika otvorenog sistema. Ako se pokaže da ta nova karakteristika ne tangira  $M$  krug, uzima se nova, veća vrijednost za  $k_r$ , sve dok se ne obezbijedi tangiranje zadatog  $M$  kruga.

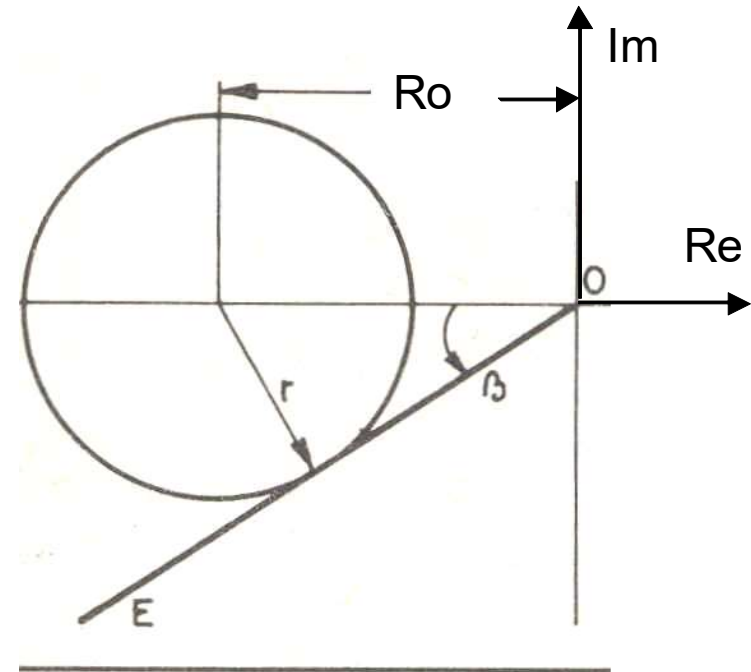


Ovaj proces se može pojednostaviti i izbjeći njegova neodređena priroda ako se iskoristi činjenica da bez obzira na mjerilo grafova krug sa indeksom  $M$  tangira pravac iz koordinatnog početka pod uglom prema negativnoj realnoj osi od

$$\beta = \arcsin \frac{1}{M} \quad (210)$$

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{M}^2 - 1} \quad \mathbf{R}_0 = \frac{\mathbf{M}^2}{\mathbf{M}^2 - 1}$$

$$\sin \beta = \frac{r}{R_0} \quad (211)$$



- Prema tome, pri pojačanju  $k_r$  koje odgovara određenoj relativnoj stabilnosti izraženoj sa  $M$ , krug sa indeksom  $M$  mora istovremeno tangirati i amplitudno-faznu karakteristiku otvorenog sistema i pravac OE.
- Na taj način dobijena je jedna referenca za crtanje  $M$  kruga, koja je invarijantna obzirom na mjerilo grafa. To je korisno jer omogućava da se pođe obrnutim postupkom u odnosu na opisanu proceduru kako bi se izbjeglo višestruko crtanje amplitudno-fazne karakteristike  $W_{ob}(j\omega) \cdot k_r$  u cilju pronalaženja  $k_{r_{opt}}$  pri tome se ostvaruje tangiranje kruga. U tu svrhu se promjeni mjerilo grafa za  $k_{r_{opt}}$  puta, t.j.

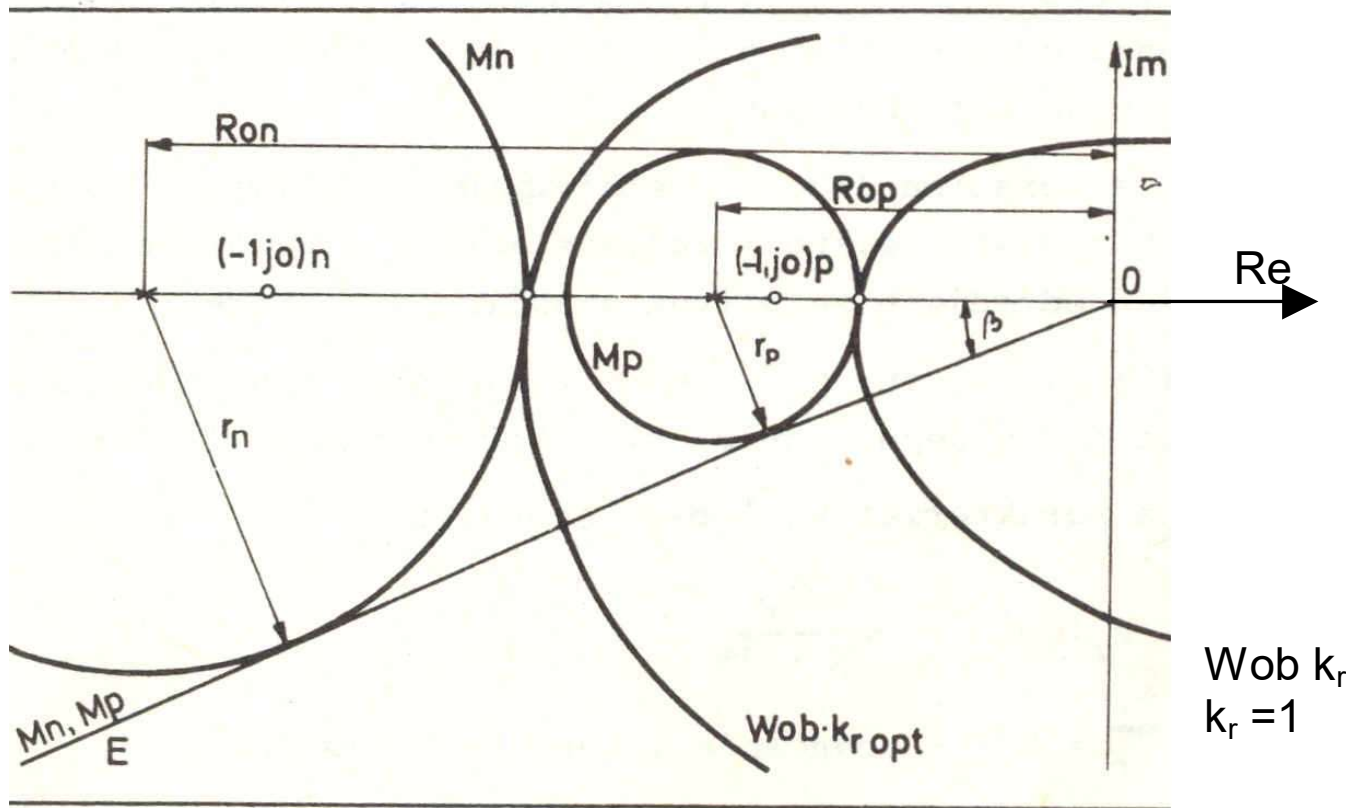
1. Crta se amplitudno-fazna karakteristika objekta koja predstavlja istovremeno i karakteristiku otvorene konture pri  $k_r = 1$  u bezdimenzionoj formi.
2. Promijeni se mjerilo grafa za  $k_{ropt}$  puta i konstruiše se krug sa indeksom  $M$ , u promijenjenom razmjeru. Ta konstrukcija je olakšana činjenicom da taj krug, bez obzira na izmjenu mjerila, tangira pravac  $OE$  i nacrtanu karakteristiku.
3. Izmjeri se poluprečnik konstruisanog  $M$  kruga  $r$ , pa se  $k_{ropt}$  računa prema izrazu

$$k_{ropt} = \frac{1}{r} \frac{M}{M^2 - 1}$$

koji se pojednostavljuje u specijalnom slučaju  $M=1.62$

$$k_{ropt} = \frac{1}{r}$$

Pošto  $M = 1,62$  predstavlja jedan od standardno zahtjevanih kvaliteta prelaznog procesa dalji primjeri će biti uradjeni za tu vrijednost  $M$ , pri kojoj je  $\psi = 0,9$  a ugao  $\beta$  linije  $OE$  je  $38^\circ$  prema negativnoj realnoj osi. Zaista, sa sl. 61. slijedi



(NAPOMENA : Dokaz je izveden za posebni slučaj kada karakteristika tangira krug  $M$  na negativnoj realnoj osi, radi jednostavnosti ali vrijedi i u opštem slučaju).

$$\frac{W_{ob}(j\omega_{180^\circ}) * 1 + r_p}{r_p} = \frac{W_{ob}(j\omega_{180^\circ}) * k_{ropt} + r_n}{r_n}$$

Nakon kraćenja slijedi

$$k_{ropt} = \frac{1}{r_p} r_n = \frac{1}{r_p} \frac{M}{M^2 - 1}$$

,gdje indeksi n i p označavaju normalnu i pomjerenu razmjernu, respektivno.

- 4. Ako se proračun vrši za P regulator, a objekat je statički, pa nema astatizma u konturi, treba uočiti da M ne određuje jednoznačno  $\psi$  pošto se

$$A(0) = \frac{k_{ob} * k_{ropt}}{1 + k_{ob} * k_{ropt}}$$

može razlikovati od jedinice. Zato se provjeri odnos  $M/A(0)$  i nađe se ponovo odgovarajući  $\psi$ . Ako je  $\psi < 0,75$  proračun se sprovodi ponovo, usvajajući M manji od 1,62. Obično je u praksi  $A(0)$  blisko jedinici pa korekciju nije potrebno raditi. Ovaj postupak sa koracima 1 do 4 obezbjeđuje da optimalno pojačanje regulatora bude istovremeno i najveće moguće granično pojačanje za unaprijed određenu relativnu stabilnost.

- U svojstvu primjera, korisno je posebno razmotriti slucaj kada je regulator I tipa jer u regulatorima PI i PID se nalazi I član. Amplitudno-fazna karakteristika I regulatora je

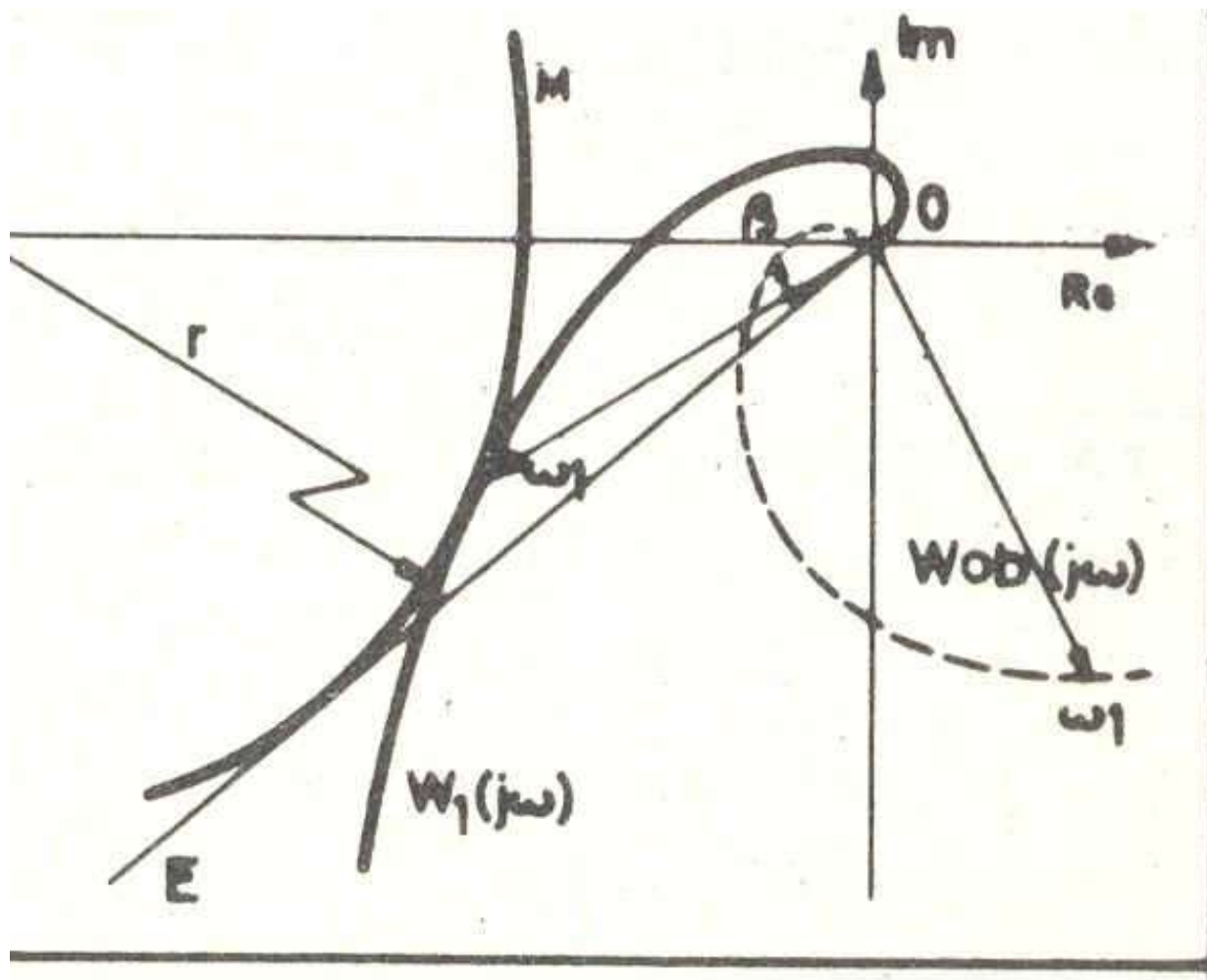
$$W_r(j\omega) = \frac{k_r}{T_r * j\omega}, \text{ gdje je } \frac{1}{T_i} = \frac{k_r}{T_r} = k_{ir} \text{ pojačanje integralnog regulatora}$$

Postupak se sprovodi u dvije etape:

1. Na osnovu amplitudno-fazne karakteristike objekta konstruiše se amplitudno-fazna karakteristika otvorenog sistema za  $k_r=1$  i za neku vrijednost  $T_r$  proizvoljno izabranu ali pogodnu za crtanje karakteristike otvorene konture sa jediničnim pojačanjem

$$W_1(j\omega) = \frac{W_{ob}(j\omega)}{T_r * j\omega}$$

Za crtanje te karakteristike slijedi, očigledno, da se svaki vektor amplitudno-fazne karakteristike objekta zakrene za ugao od  $90^\circ$  u smjeru kazaljke na satu i da mu se umanjuje iznos za  $T_r\omega$  puta, kao na sledećoj slici.



2. Povlači se linija pod uglom  $\beta$ , u ovom primjeru  $38^\circ$ , prema negativnoj realnoj osi, i crta se kružnica sa centrom na toj osi koja istovremeno tangira i pravac i amplitudno-faznu karakteristiku  $W_1(j\omega)$ . Velicina  $k_r$ , koja obezbjedjuje zadatu veličinu maksimuma amplitudno-frekventne karakteristike zatvorene konture odredjena je prema

$$k_{ropt} = \frac{1}{r} \quad , \text{ i prema tome i vrijednost } k_{irop}$$

$$k_{irop} = \frac{1}{T_r * r}$$



- U slučaju PI regulatora, postupak je kombinacija postupaka za P i I regulator.
- Amplitudno-fazna karakteristika otvorenog sistema je

$$W(j\omega) = k_r \left( 1 + \frac{1}{j\omega T_I} \right) W_{ob}(j\omega)$$

a pri  $k_r=1$  ima oblik

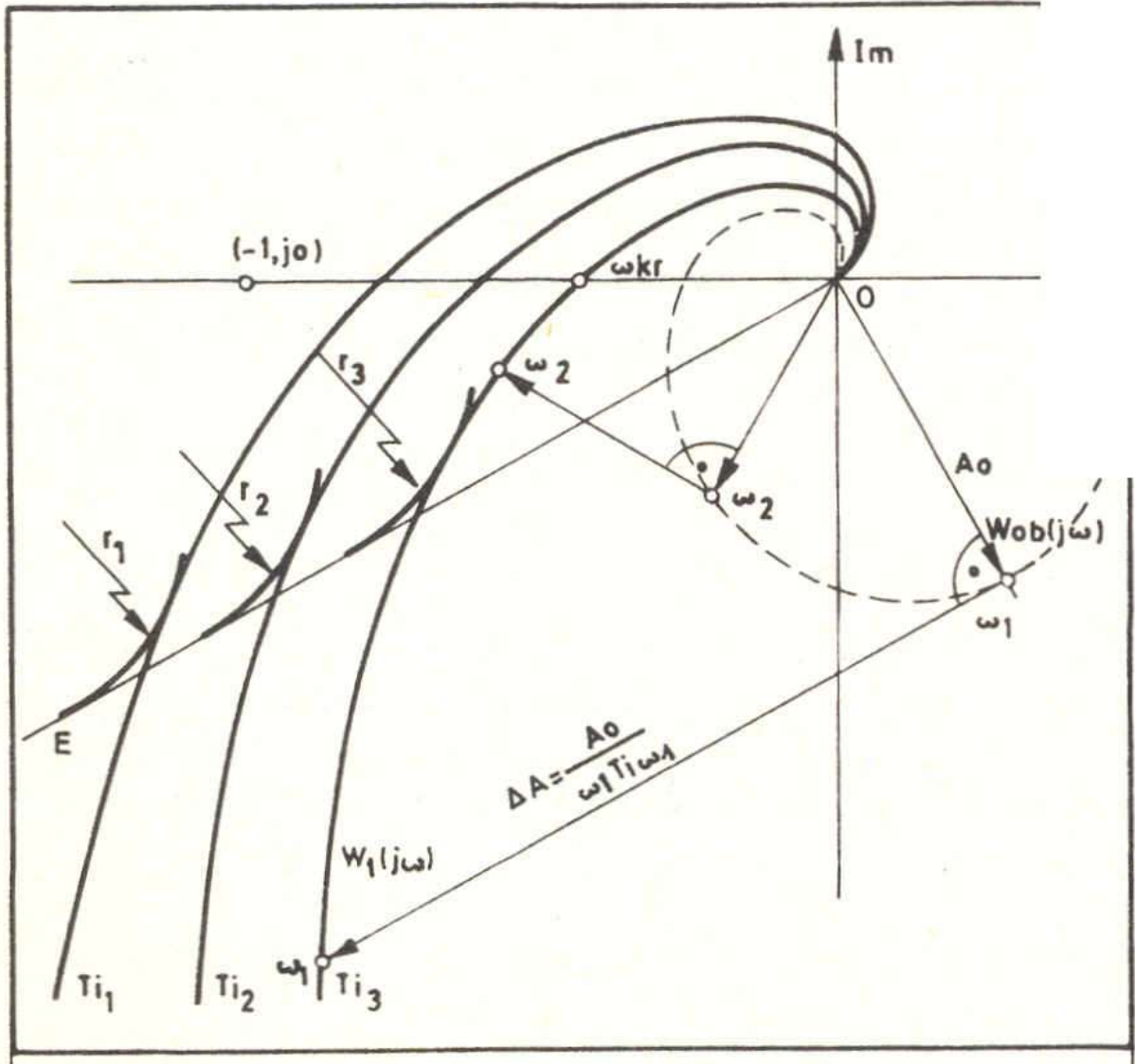
$$W_1(j\omega) = W_{ob}(j\omega) - j \frac{W_{ob}(j\omega)}{\omega T_I}$$

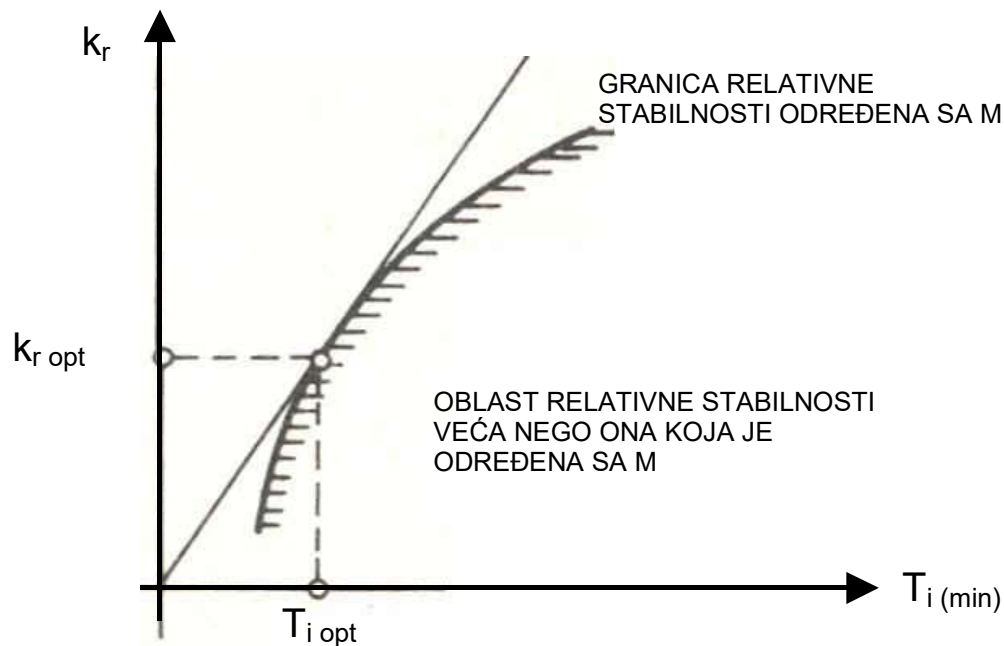
Prema tome, karakteristika za  $k_r = 1$  se dobije kada se za neki  $T_I$  svakom vektoru od  $W_{ob}(j\omega) = A_o$  doda vektor  $\Delta A = A_o/\omega T_I$  okrenut za  $90^\circ$  u smjeru satne kazaljke.

- Poslije konstruisanja amplitudno-fazne karakteristike otvorenog sistema za jedinični stepen pojačanja regulatora i nekoliko konkretnih vremena  $T_i$ , povuče se prava pod uglom od  $38^\circ$  i konstruiše se krug sa centrom na realnoj negativnoj osi koji dira i  $W_1(j\omega)$  i pravu pod  $38^\circ$ . Granična vrijednost pojačanja regulatora za svaki od odabranih  $T_i$  određuje se isto kao za P regulator po formuli

$$k_{i\text{opt}} = \frac{1}{r_{T_i}}$$

Ovdje  $r$  ima indeks  $T_i$  što oznacava da za određeni  $T_i$  stavlja u formulu ona vrijednost  $r$  koja odgovara tome  $T_i$





Iz rezultata prethodne konstrukcije u prostoru parametra podešavanja regulatora  $k_r - T_i$  nacrtana se granica oblasti u kojoj je zadovoljena zadata relativna stabilnost odziva s obzirom na smetnju koja ulazi u objekat na mjestu gdje  $i$  regulaciona veličina.

Optimalnoj podešenosti regulatora odgovaraće u toj oblasti ona tačka za koju je najveća vrijednost odnosa  $k_r/T_i$ .

Nije teško pokazati da tome uslovu odgovara tačka u kojoj pravac kroz koordinatni početak tangira granicu oblasti relativne stabilnosti. Pravac kroz koordinatni početak ima nagib određen za  $k_r/T_i$ .

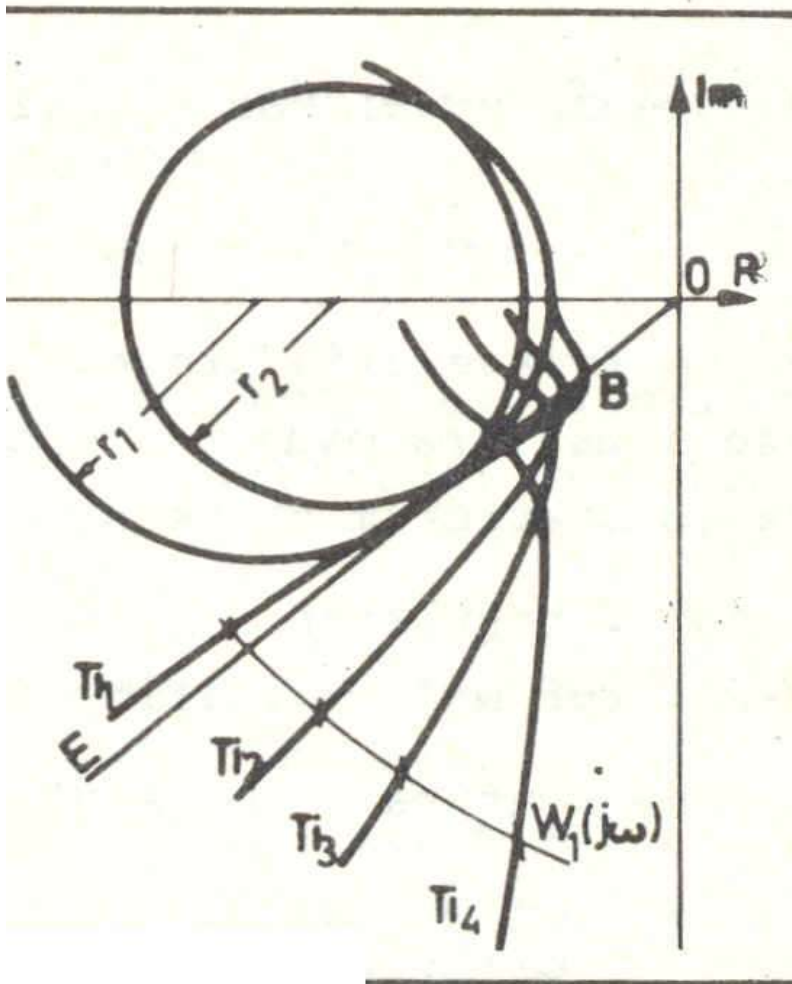
- Analogno postupku za PI regulator sprovodi je proračun i za PID regulator.
- Za PID regulator karakteristika otvorene konture je

$$W(j\omega) = k_r \left( 1 + \frac{1}{j\omega T_I} + j\omega T_d \right) W_{ob}(j\omega) \quad , \text{ a za jedinično pojačanje}$$

$$W_1(j\omega) = W_{ob}(j\omega) + W_{ob}(j\omega) \left( \frac{1}{\omega T_I} - \omega T_d \right) e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

S obzirom na vezanost  $T_i$  i  $T_d$  t.j.  $\alpha = T_d/T_i$  što proizlazi iz kriterijuma optimalnog filtriranja smetnje, konstrukcija se svodi na dodavanje vektoru  $A_o$  karakteristike  $W_{ob}(j\omega)$  za neko  $\omega$  dodatka  $\Delta A$  pod uglom od  $90^\circ$  u smjeru kazaljke na satu

$$\Delta A = \frac{A_o}{\omega T_i} - \alpha A_o \omega T_i$$



Dalji postupak je identičan onome za PI regulator sa razlikom što se sve sprovodi za nekoliko vrijednosti  $\alpha = T_d/T_i$  u okolini  $\alpha = 0.5$ .

Takodje, u oblasti parametara podešenosti  $k_r$ ,  $T_i$  dobije se familija granica relativne stabilnosti za razne  $\alpha = T_d/T_i$ .

Iz razmotrenih postupaka mogu se ocijeniti efekti koje daju I član i D član regulatora. Uvodjenje I člana vodi ka tome da amplitudno-fazna karakteristika otvorene konture dobija dodatno fazno kašnjenje, t.j. približava se opasnoj tački  $(-1, j0)$ .

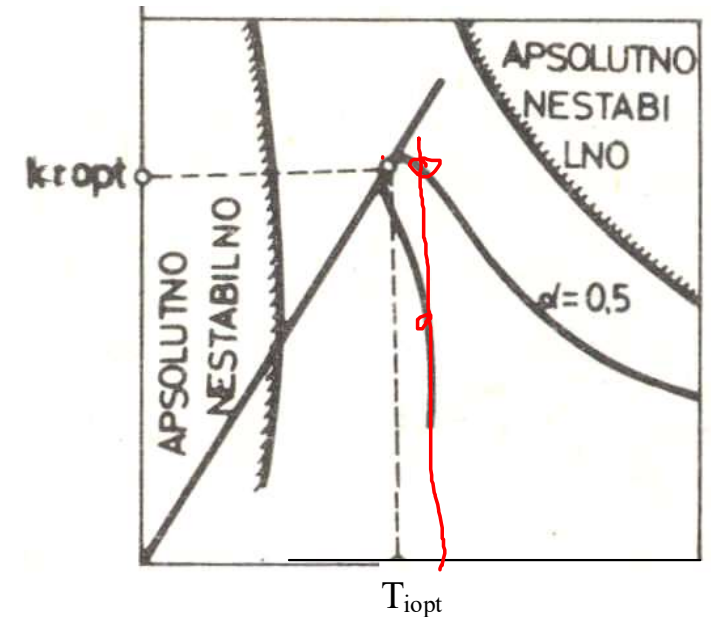
Na taj način, uvodjenje I člana pogoršava relativnu stabilnost sistema. Ali, on se uvodi posto njegovo prisustvo obezbjedjuje anuliranje statičke greške u sistemu.

Uvodjenje D člana u zakon upravljanja daje fazni pomak unaprijed, te time kompenzira neugodnu popratnu pojavu uvođenja I člana, te se popravlja relativna stabilnost konture. Medjutim treba imati u vidu da preveliki Td može dovesti također do pogoršanja stabilnosti jer pri višim frekvencijama drugi član jed.

$$\Delta A = \frac{A_o}{\omega T_i} - \alpha A_o \omega T_d$$

može postati veći od prvog i s obzirom da se pri višim frekvencijama karakteristika nalazi u I i IV kvadrantu Re Im ravni, orijentacija vektora  $\Delta A$  može biti takva da  $W1(j\omega)$  dobije tendenciju ulaska u M krug, nakon što ga je tangirala na nižim frekvencijama. Zato je potrebno održavati sklad između  $T_i$  i  $T_d$  tj. držati se preporučenog a blisko 0.5.

Slika na prethodnom slajdu pokazuje postojanje koljena u tački B karakteristike  $W1(j\omega)$  pri višim frekvencijama, kada je upotrebljen D član što daje dvoznačno rješenje za  $k_r$ . Zbog toga se u ravni parametara podešavanja  $k_r$ ,  $T_i$  dobije dvoznačno rješenje za  $k_r$  u funkciji  $T_i$ . Optimalne vrijednosti se dobiju kao i za PI regulator, tangiranjem pravcem iz koordinatnog početka granice relativne stabilnosti kao na slici desno



## Približna metoda za dobijanje optimalne podešenosti linearnih regulatora

- Često, osobito u procesu predpodešavanja prije puštanja sistema u rad, ne raspolaže se dovoljnim vremenom pa da se podešavanje izvede metodom opisanom u prethodnom dijelu. U tom slučaju ne preostaje ništa drugo nego zadovoljiti se približnim postupcima koji daju dobre rezultate u jednokonturnim shemama, ukoliko se sa uvjerenošću može pretpostaviti da objekat ima tipična svojstva izražena mogućnošću da se prikaže kao objekat prvog reda statičkog ili astatičnog tipa sa čistim kašnjenjem.

$$W_{ob}(s) = \frac{k_{ob}}{T_{ob}s + 1} e^{-s\tau_{ob}}$$

$$W_{ob}(s) = \frac{\bar{k}_{ob}}{s} e^{-s\tau_{ob}}$$

Pri tome se uvodi normalizacija  $\Omega = \omega\tau_{ob}$  čime se frekvencija prevodi u bezdimenzioni oblik.



Da se ilustruje ovaj postupak biće razmotren slučaj I regulatora na statičkom objektu. (Slučaj I regulator - astatički objekat neće biti razmatran jer se I regulator može koristiti samo na statičkim objektima.)

Otvorena kontura u tom slučaju je:

$$W_{ob}(j\omega) = \frac{k_{ob}}{T_{ob}j\omega + 1} e^{-s\tau_{ob}} * \frac{\bar{k}_r}{j\omega}$$

Uvođenjem smjene  $\Omega = \omega\tau_{ob}$  dobija se:

$$W_{ob}(j\Omega) = \frac{k_{ob}\tau_{ob}\bar{k}_r}{j\Omega} * \frac{e^{-j\Omega}}{1 + j\Omega \frac{T_{ob}}{\tau_{ob}}}$$

što omogućuje da se prvi dio relacije posmatra kao I regulator sa prenosnom funkcijom:

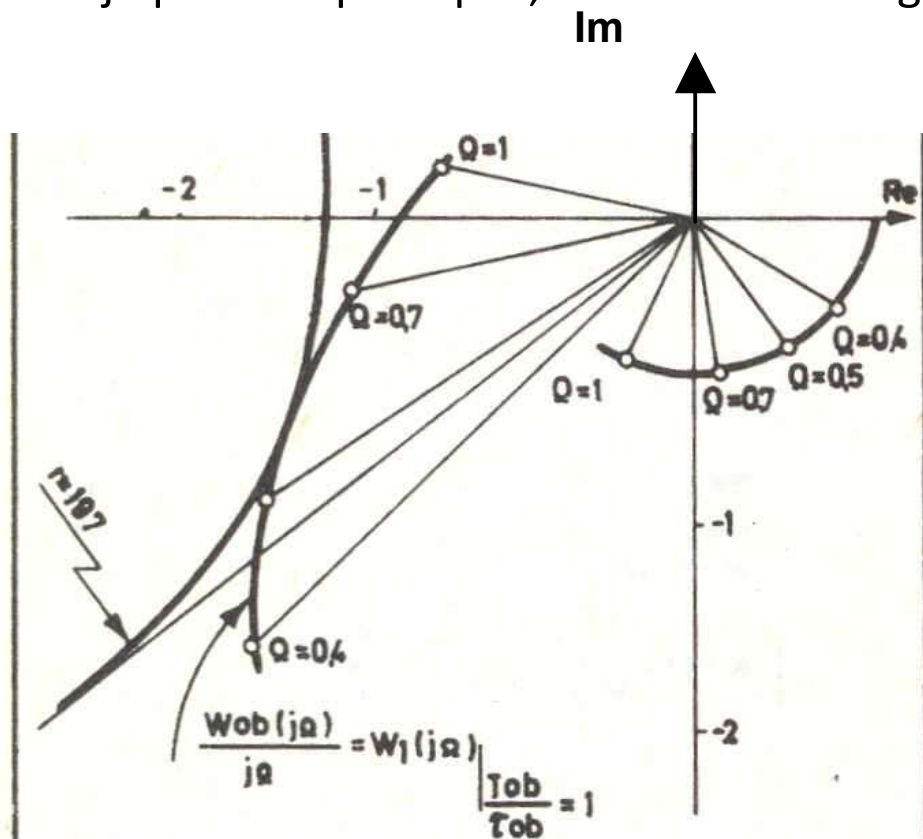
$$W_r(j\Omega) = \frac{k_{ob}\tau_{ob}\bar{k}_r}{j\Omega}$$

a drugi dio istog izraza kao objekat:

$$W_{ob}(j\Omega) = \frac{e^{-j\Omega}}{1 + j\Omega \frac{T_{ob}}{\tau_{ob}}}$$

pa se proračun može svesti na izbor optimalne kombinacije  $(k_{ob} \bar{k}_r \tau_{ob})$  pri različitim vrijednostima odnosa  $T_{ob}/\tau_{ob}$ .

Taj proračun se može sprovesti postupkom pokazanim u prethodnom dijelu. U svojstvu primjera na slici je pokazana je konstrukcija grafova za slučaj  $T_{ob}/\tau_{ob} = 1$ , a za svaku drugu vrijednost toga odnosa potrebno je ponoviti postupak, a rezultati se mogu prikazat dijagramom

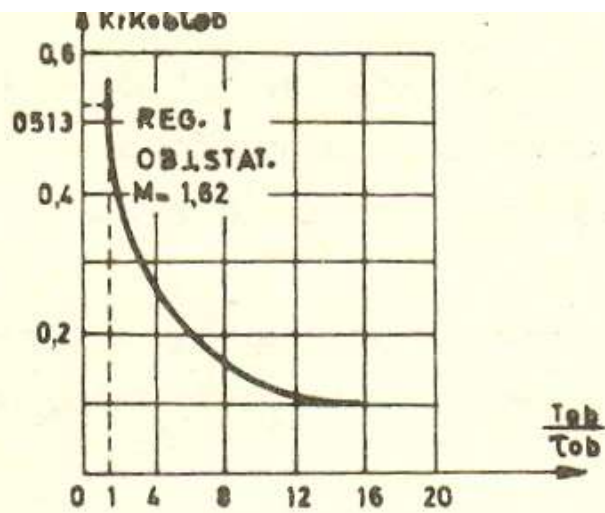


Za prikazani slučaj radijus  $M$  kruga koji tangira istovremeno i pravu  $OE$  pod uglom  $38^\circ$  ( $M= 1.62$ ) i amplitudno-faznu karakteristiku  $W_{ob1}(j\Omega)$  ima vrijednost  $r = 1.95$ . Optimalna vrijednost kombinacije  $(k_{ob} \bar{k}_r \tau_{ob})$  je

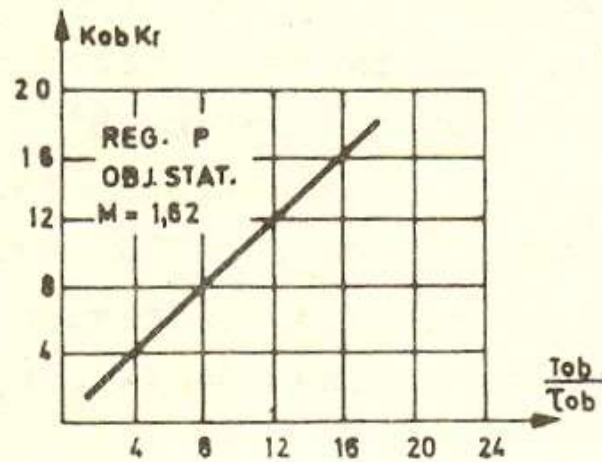
$(k_{ob} \bar{k}_r \tau_{ob}) = 1/1.95 = 0.513$  odakle slijedi

$$\bar{k}_r = \frac{0,513}{k_{ob} \tau_{ob}}$$

što predstavlja jednu tačku dijagrama sa naredne slike, za vrijednost apcise 1



a.

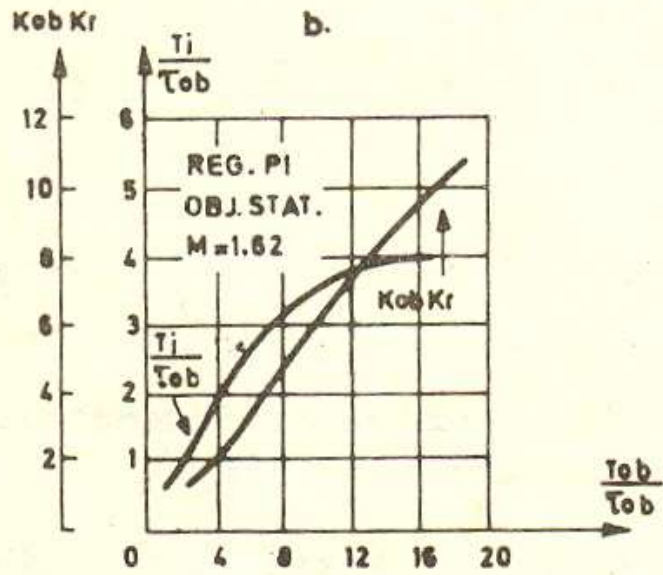


REG. I  
OBJ. ASTAT.

NEMOGUĆA  
STABILNOST

REG. P  
OBJ. ASTAT.  
M = 1,62

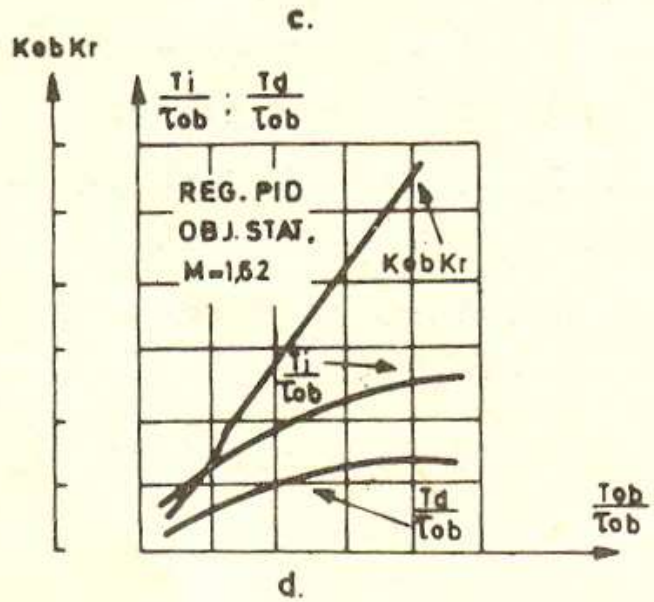
$$\text{Krept} = \frac{087}{\overline{KobTob}} \quad (228)$$



REG. PI  
OBJ. ASTAT.  
M=1,82

$$K_{opt} = \frac{0,55}{K_{ob} T_{ob}} \quad \left. \vphantom{K_{opt}} \right\} (229)$$

$$T_{iopt} = 5 T_{ob}$$



REG. PID  
OBJ. ASTAT.  
M = 1.82

$$K_{opt} = \frac{1,1}{K_{ob} T_{ob}} \quad \left. \vphantom{K_{opt}} \right\} (230)$$

$$T_{iopt} = 2 T_{ob}$$

$$T_{dopt} = 0,4 T_{ob}$$

Dakle, raspoložujući prethodnim dijagramima bez ikakvih grafičkih konstrukcija, a na osnovu poznavanja  $\tau_{ob}$ ,  $T_{ob}$  i  $k_{ob}$  moguće je naći optimalno podešenje regulatora tipa I na statičkom objektu. U daljem dobijanje dijagrama poput prvog, ali za druge tipove regulatora na objektima statičkog i astatičkog tipa neće biti izvođen jer je metodika pokazana u primjeru za I regulator (uvodjenje  $\Omega$ ) a takodje i postupci su poznati iz prethodnog dijela. Slike pokazuju rezultujuće dijagrame. Naravno, svi ovi dijagrami i formule su izvedeni za  $M = 1.62$ . Ukoliko bi bio definisan neki drugi kvalitet prelaznog procesa dijagrami i formule bi se razlikovale od pokazanih (približno translacije krivih).

## Podršavanje regulatora kada objekat nije identifikovan

- Veoma često nema mogućnosti da se primijeni čak ni uprošćeni postupak sa pripadnim dijagramima ili formulama, jer u momentu pristupanja objektu, na koji je već montirana regulaciona kontura, ne raspolaže se podacima o  $k_{ob}$   $\tau_{ob}$   $T_{ob}$ . U tom slučaju moguće je izvođenjem kratkotrajnih, prostih eksperimenata dobiti neke podatke o objektu i podesiti regulator. U principu, mogu se izvesti dva tipa eksperimenata:
  - a) Eksperimentat u otvorenoj konturi
  - b) Eksperimentat u zatvorenoj konturi

- Eksperiment a) je ranije već opisan kao postupak za dobijanje  $\omega_\pi$ . Kako na osnovu rezultata toga eksperimenta podesiti regulator?
- Iz metodike proračuna optimalnog podešavanja regulatora P i PI tipa u prvom dijelu, vidi se da za proračun glavnu ulogu igra dio amplitudno-fazne karakteristike objekta koji se nalazi u blizini presjeka sa negativnom realnom osom Re Im ravni. U okolini presječne tačke amplitudno-fazna karakteristika objekta može se aproksimirati karakteristikom integralnog bloka sa kašnjenjem. Ako se modul stvarne amplitudno-fazne obilježi sa  $R_0$ , tada se  $k_{ob}$  i  $\tau_{ob}$  mogu naći iz jednakosti

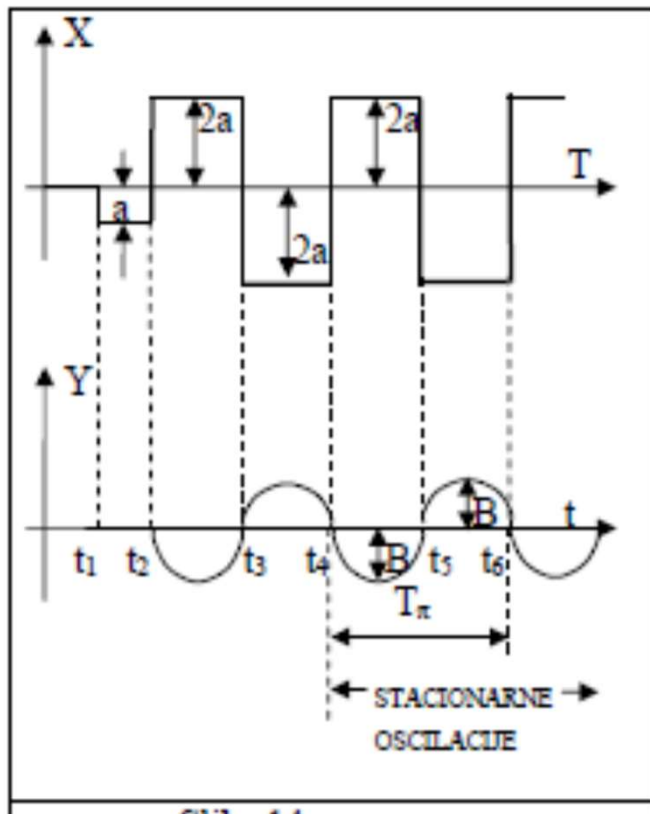
$$\frac{\bar{k}_{ob}}{j\omega_\pi} e^{-j\omega_\pi\tau_{ob}} = R_0 e^{-j\pi}$$

$$R_0 = \frac{B}{1,27 * 2a}$$

Rješenje jednačine  $\frac{\bar{k}_{ob}}{j\omega_\pi} e^{-j\omega_\pi \tau_{ob}} = R_0 e^{-j\pi}$  po  $k_{ob}$  i  $\tau_{ob}$  je:

$$k_{ob} = R_0 \omega_\pi$$

$$\tau_{ob} = \frac{\pi}{2\omega_\pi}$$



Stavljajući vrijednosti za  $k_{ob}$  i  $\tau_{ob}$  u jed. (228) i (229) na dijagramima slijedi za P regulator

$$k_{ropt} = \frac{0.87 * 2\omega_\pi}{R_0 \omega_\pi * \pi} = \frac{0.56}{R_0}$$

Za PI regulator

$$k_{ropt} = \frac{0.35}{R_0}$$

$$T_{iopt} = 5 \frac{\pi}{2\omega_\pi} = \frac{7.86}{\omega_\pi}$$

Odgovarajuće izraze je moguće izvesti i za PID regulator preko jed. 230



- Ovi izrazi se mogu dalje prevesti u zavisnosti od direktnih rezultata  $\omega_\pi$  eksperimenta koristeći

$$R_0 = \frac{B}{2a * 1,27}$$

$$\omega_\pi = \frac{2\pi}{T_\pi}$$

P regulator

$$k_{ropt} = 0.7 \frac{2a}{B}$$

PI regulator

$$k_{ropt} = 0.44 \frac{2a}{B}$$

$$T_{iopt} = 1,25 T_\pi$$

Eksperiment b) je 1942. godine preporučen od Ziegler-Nicholsa kao empirijska procedura i poznat je kao "metoda podešavanja regulatora po Ziegler-Nicholsu. U toj proceduri preporučeno je da se regulator bilo kojeg tipa PI ili PID prevede na P (Ti se postavi na maksimalnu vrijednost, Td na minimalnu), te se posmatra rad konture pri nekom proizvoljnom pojačanju  $k_r$  regulatora. Ako kontura radi stabilno, povećava se pojačanje dok kontura ne zaoscilira neprigušenim, nedivergentnim oscilacijama (granični slučaj između stabilnosti i nestabilnosti). Pojačanje regulatora pri kome se to desi naziva se kritično pojačanje  $k_{r\text{ krit}}$ . Oscilogram ili registrogram ili mjerenje vremena između dva maksimuma istog znaka na oscilacijama regulisane veličine daje podatak o periodi oscilacija  $T_{\text{krit}}$ . Na osnovu ta dva eksperimentom dobijena podatka,  $k_{r\text{ krit}}$  i  $T_{\text{krit}}$  regulator se podešava kako slijedi sa tabele 10

REGULATOR	OPTIMALNO PODEŠENJE			KVALITE T M
	$k_r$	$T_i$	$T_d$	
P	$0,55 k_{r\text{ krit}}$	-	-	1,62
PI	$0,35 k_{r\text{ krit}}$	$1,25 T_{\text{krit}}$		
PID	$0,6 k_{r\text{ krit}}$	$0,8 T_{\text{krit}}$	$0,2 T_{\text{krit}}$	

- S obzirom na do sada opisane procedure ovu nije teško dokazati. Uz aproksimaciju da je objekat na tački presjeka njegove amplitudno-fazne karakteristike sa realnom negativnom osom moguće približno izjednačiti sa astatskim objektom sa kašnjenjem u momentu kada nastanu oscilacije i vodeći računa da je regulator P može se napisati

$$\frac{\bar{k}_{ob}}{j\omega_{krit}} e^{-j\omega_{krit}\tau_{ob}} * k_{krit} = 1 * e^{-j\pi} \quad \text{gdje je} \quad \omega_{krit} = \frac{2\pi}{T_{krit}}$$

odakle se mogu naći nepoznate veličine

$$\bar{k}_{ob} = \frac{\omega_{krit}}{k_{rkrit}}$$

$$\tau_{ob} = \frac{\pi}{2\omega_{krit}}$$

- Koristeći ove izraze u jed (228) ili (229) iz Tabela, slijedi za P regulator

$$k_{ropt} = \frac{0.87 * k_{rkrit} * 2\omega_{krit}}{\omega_{krit} * \pi} = 0,55 * k_{rkrit}$$

Za PI regulator

$$k_{ropt} = 0,35k_{rkrit}$$

$$T_{iopt} = 5 \frac{\pi T_{krit}}{2 * 2\pi} = 1,25T_{krit}$$

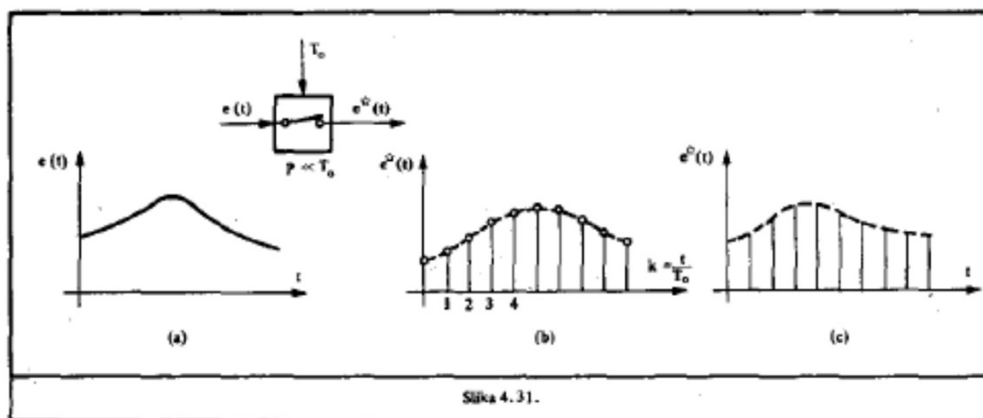
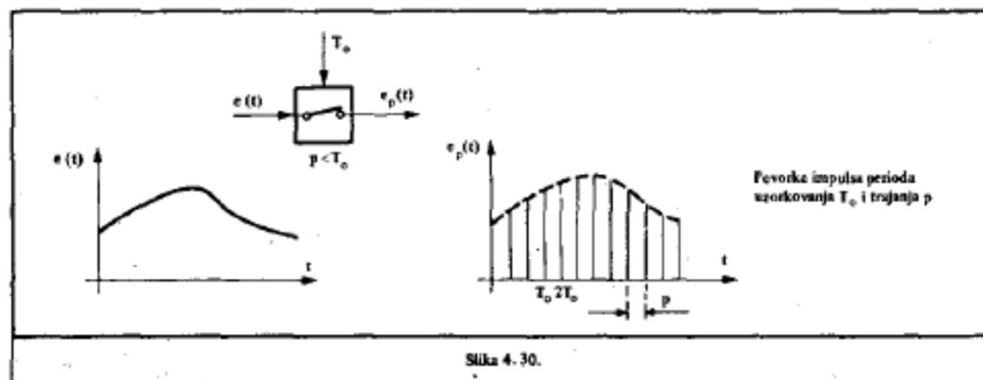
Treba napomenuti da je ovo najčešće upotrebljavana procedura, navodi se u svim priručnicima, i eventualne razlike među tablicama rezultat su činjenice da autori ne polaze od istog pokazatelja kvaliteta M.

## PODEŠAVANJE REGULACIONE KONTURE SA DIGITALNIM REGULATOROM

Primjena digitalne tehnike u automatizaciji industrijskih procesa intenzivnije je počela šezdesetih godina instaliranjem prvog, tzv. procesnog računara. Zbog svoje fleksibilnosti, računar se ubrzo izborio za status „standardne opreme“. Međutim u početku, zbog visoke cijene, bio je primjenjivan jedino pri automatizaciji većih, industrijskih postrojenja. Trajni i još uvijek neprekinuti trend razvoja računara, te stalni pad cijena digitalne opreme uz povećanje funkcionalne moći doveo je do pojave mikroračunara i na mikroračunaru baziranih regulatora — digitalnih regulatora namijenjenih za regulaciju jednog i više regulacionih krugova.

Hardversko-softverska adaptibilnost digitalnih regulatora ponudila je proširenje koncepta automatizacije industrijskog postrojenja. Tako, automatizacijom na bazi digitalnog regulatora, projektant može da obuhvati ne samo stacionarni režim rada tehnološkog procesa nego i njegova prelazna stanja, kao što su režimi upuštanja i zaustavljanja objekta.

Digitalni regulator, sam po sebi, predstavlja diskretni sistem s obzirom da vrši diskretizaciju procesnih signala. Diskretni signali mogu biti kvantizirani po amplitudi i u vremenu. Diskretni signal sadrži vrijednosti amplituda u diskretnim momentima vremena, a moguće ga je dobiti uzorkovanjem kontinualnog signala. Kod digitalnih regulatora uobičajena je amplitudna modulacija diskretnog signala



U slučajevima kada je zadržka prekidača  $p$  mnogo manja od vremena prekidanja njegovog aktiviranja  $T_0$  (period uzorkovanja kontinualnog signala) dobivjeni diskretni, signal se predstavlja kao na slici 4.31b. Tada  $e(k \cdot T_0)$  označava amplitudu diskretnog signala dobivenu uzorkovanjem u momentu vremena  $t = k \cdot T_0$ . Tako je amplitudno modulirana i u vremenu diskretna funkcija  $e^*(t)$  definisana kao

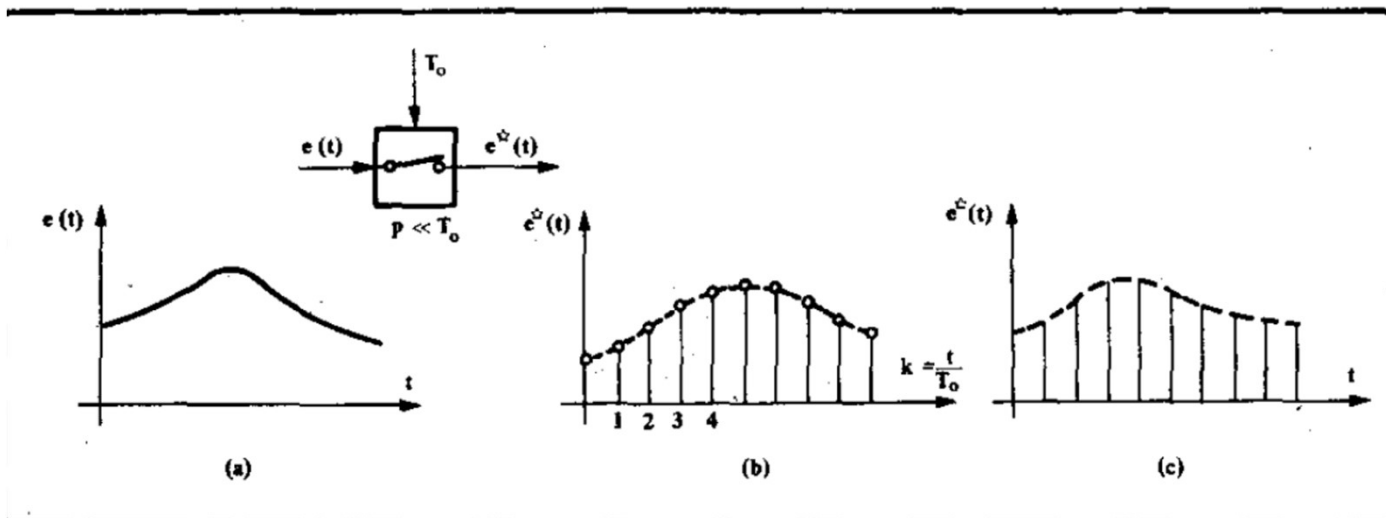
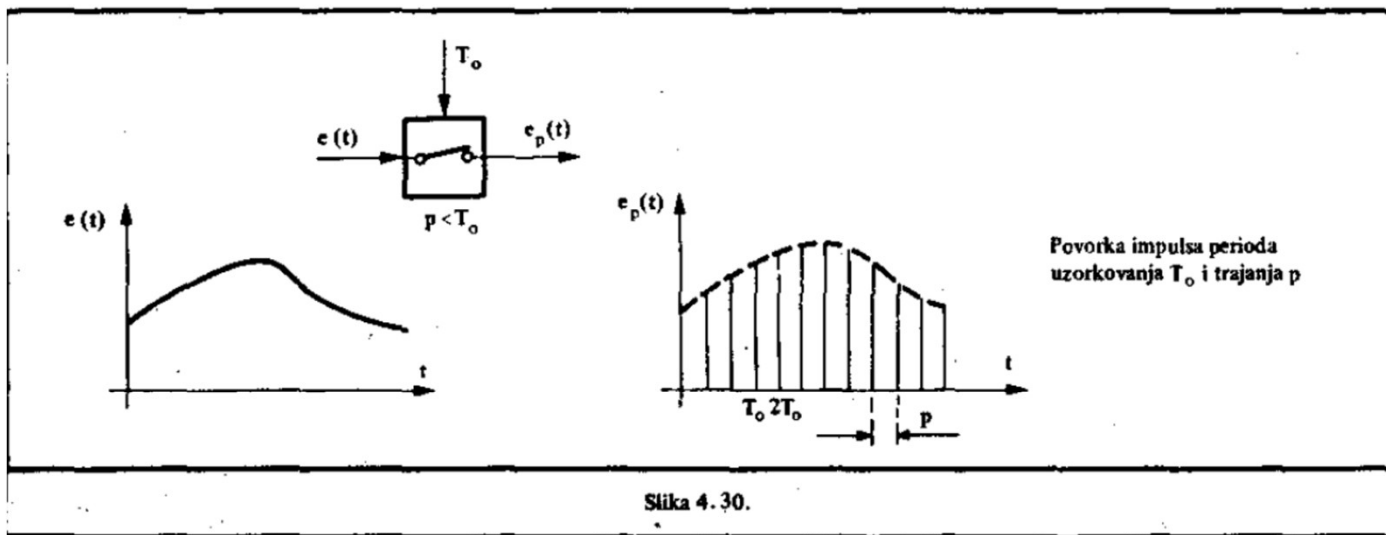
$$\begin{aligned} e^*(t) &= e(k \cdot T_0) && \text{za } t = k \cdot T_0 \\ e^*(t) &= 0 && \text{za } k \cdot T_0 < t < (k+1) \cdot T_0 \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Prekidač sa karakteristikom  $p \ll T_0$  naziva se idealnim i modelira se nizom delta-funkcija  $\delta(t)$  koje postoje u momentima vremena  $t_k = k \cdot T_0$ :

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(k \cdot T_0).$$

Prema tome, izlazni signal idealnog prekidača je impulsna funkcija  $e^*(t)$  (si. 4.31c):

$$e^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(k \cdot T_0) \cdot \delta(t - kT_0).$$

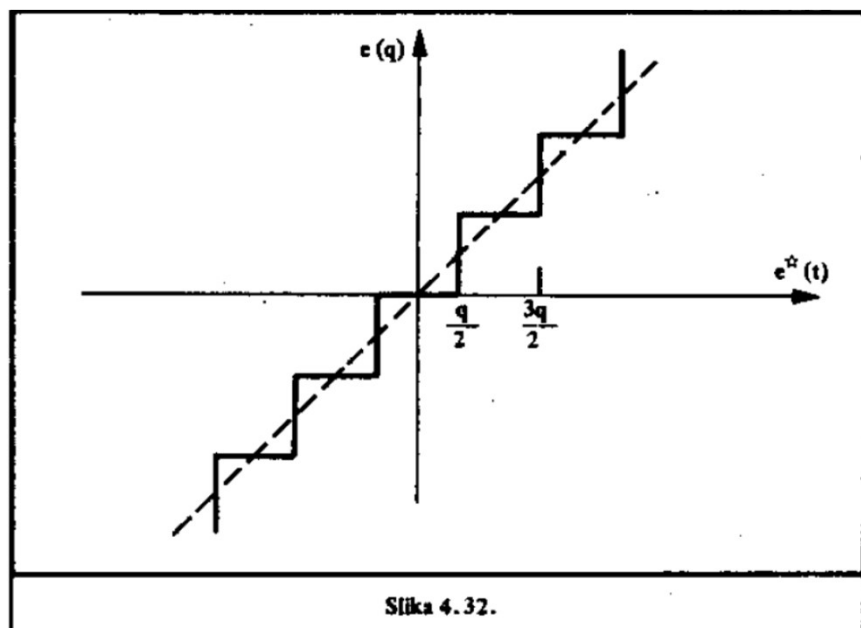




Kod digitalnih regulatora funkciju idealnog prekidača obavlja analogno-digitalni konvertor koji, pored vremenske, vrši i amplitudnu kvantizaciju ulaznog signala.

Amplitudna kvantizacija se ne provodi idealno jer se numerička vrijednost ulaznog signala zaokružuje na najbliži fiksni nivo. Broj fiksnih nivoa je u direktnoj sprezi sa konacnom rezolucijom analogno-digitalnog konvertora.

Ulazno-izlazna karakteristika analogno-digitalne konverzije prikazana je na slici 4.32. Zbog ograničenog broja bita kojima se numerička vrijednost kontinualnog signala može predstaviti, broj nivoa kvantizacije je ograničen i imosi  $2^N - 1$  pod pretpostavkom da je kontinualni signal moguće konvertovati u N-bitnu binarnu vrijednost.



Razlika između dva nivoa zove se kvant diskretizacije  $q$  i predstavlja ekvivalent analogne vrijednosti koja odgovara najmanje značajnom bitu numeričke vrijednosti, a računa se prema izrazu

$$q = (1 / (2^N - 1)) \cdot PO$$

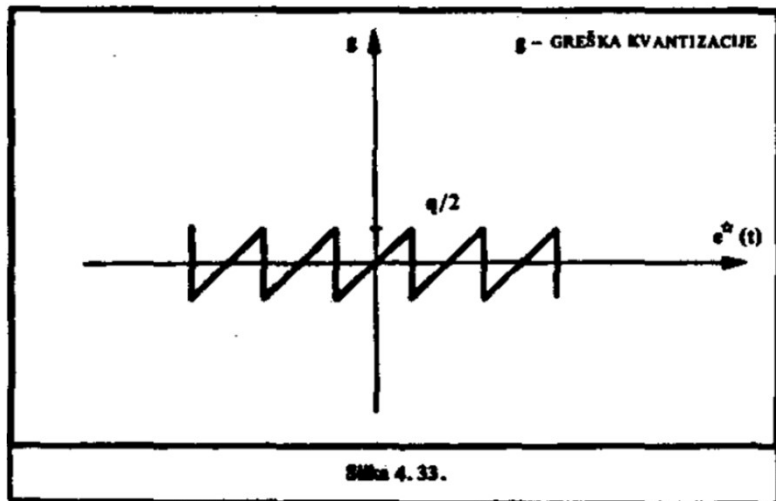
gdje je PO puni opseg ulaznog signala

Na primjer, za 10 bitni konvertor  $q = 10V : 1023 = 9,77 \text{ mV}$   
za 12 bitni konvertor  $q = 10V : 4095 = 2,44 \text{ mV}$ .

U opštem slučaju, za proces analogno-digitalne konverzije važi da je:

$$e = e(q) + g$$

gdje  $g$  predstavlja grešku kvantizacije pri pretvaranju kontinualnog signala  $e = e(t)$  u digitalnu formu  $e(q)$ , sl. 4.33.



Za slučaj linearnog sistema bez prisustva greške kvantizacije (sl. 4.34), u z-domenu, važi da je:

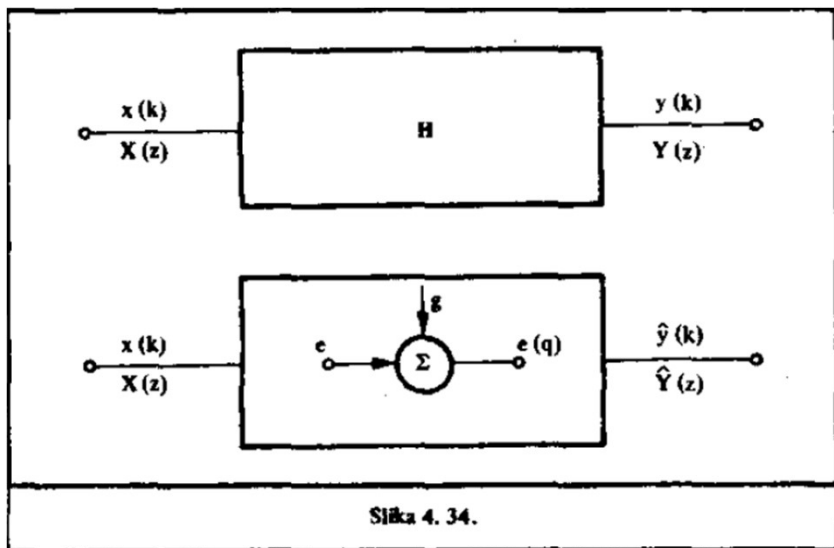
$$Y(z) = H(z) \cdot X(z).$$

Uz prisustvo greške kvantizacije, regulisana veličina  $\hat{Y}(z)$  postaje:

$$\hat{Y}(z) = H(z) \cdot X(z) + H_1(z) \cdot G(z, e)$$

$$\bar{Y}(z) = Y(z) - \hat{Y}(z) = -H_1(z) \cdot G(z, e)$$

gdje  $G(z, e)$  predstavlja z-transformaciju koja je posljedica greške kvantizacije.  $G$  je napisana kao funkcija od  $e$  da se naglasi da poslednja jednačina nije linearna zato što nije moguće izračunati  $G$  iako se raspolaže sa vrijednošću  $e$ . Međutim, nije ni potrebno znati tačnu vrijednost  $\hat{Y}(z)$ , nego gornju granicu  $\hat{Y}(k)$ .



S obzirom da se želi odrediti greška kvantizacije  $\hat{y}(k)$  u vremenskom domenu, potrebno je pronaći konvolucioni ekvivalent prethodne relacije :

$$\bar{y}(n) = - \sum_{k=0}^n h_1(k) g(n-k, e)$$

pa je

$$|\bar{y}(n)| \leq \left| \sum_0^n h \cdot g \right| \leq \sum_0^n |h \cdot g| = \sum_0^n |h| \cdot |g| \leq \sum_0^n |h| \cdot \frac{q}{2}.$$

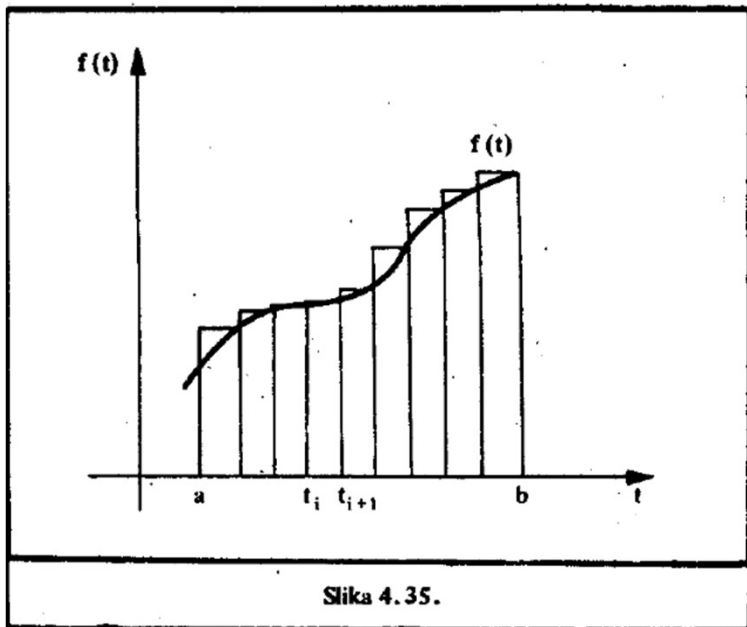
Dobijeni rezultat ukazuje da izlaz stabilnog linearnog sistema, i pored prisustva greške kvantizacije i nelinearnosti u zatvorenoj konturi, ni u kom slučaju neće imati grešku veću od ove definisane sa poslednjom relacijom, tj. najgore što se može desiti su oscilacije ili fluktuacije u blizini stacionarnog stanja čija maksimalna vrijednost zavisi od  $q/2$  (granični krug u faznom prostoru).

Treba napomenuti da A/D konvertor nije i jedini izvor greške u konturi sa digitalnim regulatorom. Slično razmatranje sprovedeno za grešku konverzije može se sprovesti i za grešku usljed D/A konverzije na izlazu regulatora, te za uticaj same digitalne realizacije algoritama (greške pri množenju i dijeljenju zbog ograničene dužine riječi).

## Diskretna forma regulacionih algoritama

Regulacioni algoritmi se u digitalnom regulatoru izvršavaju programski. Stoga je potrebno kontinualnu formu zakona regulacije prevesti u njen diskretni oblik pogodan za numeričku obradu signala. Diskretizacija kontinualne forme matematičkog izraza zakona regulacije sastoji se u zamjeni integrala vremenske funkcije regulacionog odstupanja sa konačnom sumom, a izvodi sa konačnom razlikom.

Integral može biti aproksimiran konačnom sumom pravougaonika, ili trapeza ili, u opštem slučaju, konačnom sumom poligona. U ovom tekstu biće upotrijebljena aproksimacija pravougaonicima, Sl. 4.35.



Kod aproksimacije integrala funkcije  $f(t)$  sa pravougaonicima sa gornje strane, površina jednog pravougaonika je  $f(t_i) \Delta t$ , pa se integral zamjenjuje sa

$$\int_a^b f(t) dt = \sum_{i=1}^k f(t_i) \Delta t.$$

Jasno je da će bolja aproksimacija biti ako je  $\Delta t$  što manje, što je, s druge strane, ograničeno, o čemu postoji razmatranje u daljem tekstu.

Izvod funkcije  $f(t)$  se zamjenjuje konačnom razlikom : 
$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{\Delta t} .$$

## Diskretna forma idealnog PID algoritma

Matematički oblik kontinualnog idealnog PID algoritma definisan je relacijom

$$x(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_a^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

gdje su:  $x(t)$  regulirajuća veličina,  $e(t)$  regulaciono odstupanje (greška),  $K_c$  pojačanje ,  
 $T_i$  integralno vrijeme i  $T_D$  diferencijalno vrijeme

Diskretna forma idealnog PID algoritma, sa ovdje prihvaćenim načinom aproksimacije integralnog člana, navedena je u narednoj relaciji. Potrebno je uočiti da se u realnom vremenu diskretna forma regulacionog algoritma izvršava unutar svakog perioda uzimanja uzoraka procesnog signala, te je period uzimanja uzoraka  $T_0$  upravo ono vrijeme  $\Delta t$  unutar kojeg se vrši aproksimacija vremenski kontinuirane funkcije, to jest aproksimacija njenog integrala, odnosno izvoda

$$x(kT_0) = K_c \left[ e(kT_0) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} \{e(kT_0) - e[(k-1)T_0]\} \right]$$

odnosno

$$x[(k-1)T_0] = K_c \left[ e[(k-1)T_0] + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^{k-1} e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} \{e[(k-1)T_0] - e[(k-2)T_0]\} \right].$$

Pri tome, za obradu u računaru, mnogo je pogodniji rekurzivni ili inkrementalni oblik matematičke funkcije s obzirom da je rekurzivnim oblikom eliminisano računanje sume u svakom momentu  $kT_0$ , nego se računanja svode samo na računanja razlike stanja u odnosu na prethodno.

Rekurzivni oblik idealnog PID algoritma definisan je relacijom koja je nastala oduzimanjem dvije gornje. U navedenom izrazu je  $kT_0$  zamijenjeno sa  $k$  :

$$x(k) = x(k-1) + K_c \left[ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_i} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right]$$

što sređivanjem daje

$$x(k) = x(k-1) + K_c \left[ \left( 1 + \frac{T_0}{T_i} + \frac{T_D}{T_0} \right) e(k) - \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T_0} \right) e(k-1) + \frac{T_D}{T_0} e(k-2) \right].$$

## Diskretna forma realnog PID algoritma

Diferencijalni član u idealnom PID algoritmu je osjetljiv na šumove. Stoga je potrebno ugaditi niskopropusni filter prvog reda u diferencijalni član algoritma.

Kontinualna matematička forma takvog realnog PID algoritma definisana je izrazom

$$G(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_D s}{1 + T_i s} \right].$$

Primjenjujući isti postupak kvantizacije kao u slučaju idealnog algoritma, dobije se da je rekurzivni oblik realnog PID algoritma definisan sa:

$$x(k) - x(k-1) = K [e(k) - e(k-1) + C_I e(k) + d(k) - d(k-1)]$$

gdje su

$$d(k) = \frac{C_F}{1 + C_F} d(k-1) + \frac{C_D}{1 + C_F} (e(k) - e(k-1))$$

$$e(k) = X_2(k) - Y(k)$$

$$C_F = \alpha \cdot C_D$$

$$C_D = \frac{T_D}{T_0}$$

$$C_I = \frac{T_0}{T_i}$$

## **Greške koje su rezultat kvantizacije**

**Prva greška** rezultat je nelinearnosti koju u regulacioni krug unosi digitalni regulator zbog kvantizacije vremenski kontinualnog signala (A/D konverziju na ulazu i D/A konverziju na izlazu).

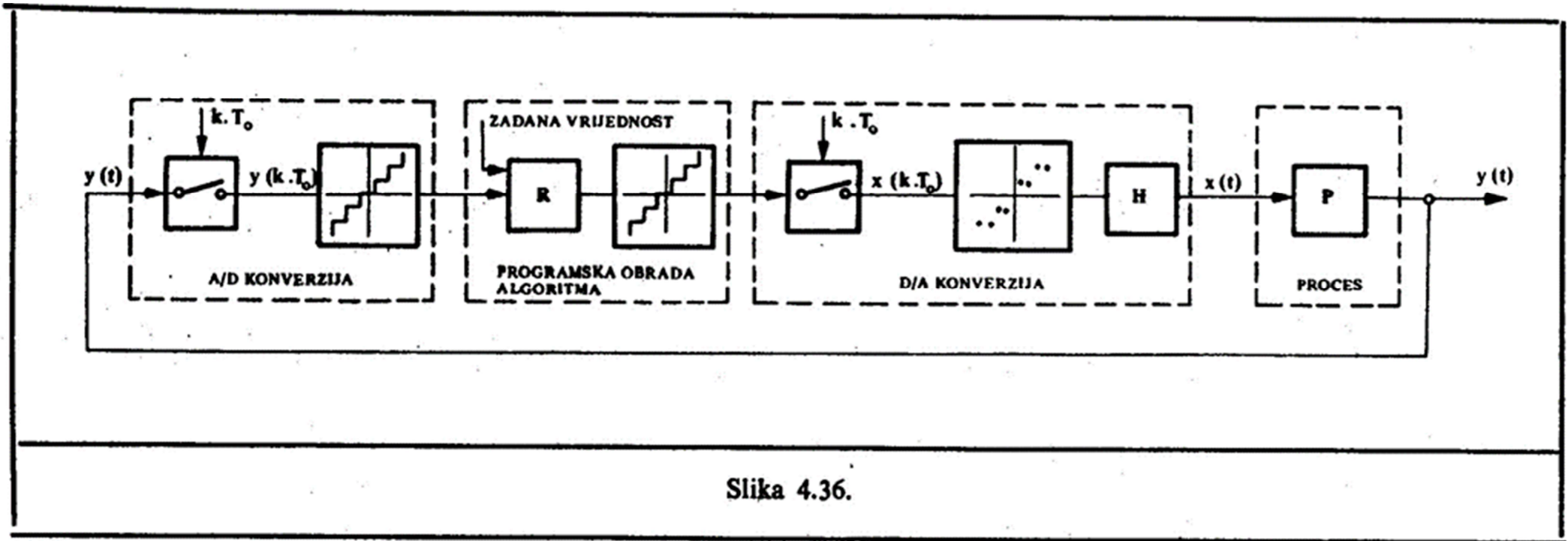
**Druga greška** posljedica je efekta zaokruživanja numeričkih vrijednosti u softverskom proračunu regulacionih algoritama.

Ovo zaokruživanje je prisutno kako pri proračunu u aritmetici fiksne tačke tako i u aritmetici sa pokretnim zarezom zbog konačne dužine digitalnog reprezentata informacije koja se obraduje. Moguće je pokazati da je zaokruživanje nelinearna operacija sa istim oblikom ulazno-izlazne karakteristike kao kod analogno-digitalne konverzije, koja je prethodno detaljno opisana.

**Treća greška** rezultat je kola sa zadržkom nultog reda, a daje efekat dodatnog kašnjenja u konturi, koje nije prisutno kod analogne obrade signala, a rezultira dodatnim faznim pomakom svakog vektora amplitudno-fazne karakteristike otvorene konture.

Prisustvo navedenih nelinearnosti u okviru regulacionog kruga grafički je ilustrovano na slici 4.36.





Slika 4.36.

Očigledno da se u regulacionoj konturi, realizovanoj sa digitalnim regulatorom, nelinearnost javlja u više tačaka. Teorijski utemeljena analiza uticaja samo jedne nelinearnosti na dinamičko i statičko ponašanje regulacionog kruga veoma je komplikovana. Otuda je i analiza efekta uticaja svih nelinearnosti prisutnih u digitalnom regulacionom krugu veoma komplikovana i u metodološkom smislu problematična. Najčešće literatura obraduje specifične (pojednostavljene) slučajeve koji su dobiveni pretpostavkama o statistički uniformnoj raspodjeli greške kvantizacije, o maksimalno mogućoj greški kvantizacije itd. Metod opisnih funkcija i direktni metod Ljapunova mogu takođe biti korišćeni za analizu stabilnosti

Vjerovatno da je simulacija jedini mogući put za ispitivanje efekta kvantizacije kod netrivialnih procesa i regulacionih algoritama.

Efekat kvantizacije je naročito interesantan za analizu ponašanja regulacione konture za koju se pretpostavlja da je asimptotski stabilna u situacijama neprisustva ovih nelinearnosti.

Prisustvo nelinearnosti izaziva sljedeće efekte :

- Regulacioni krug ostaje aproksimativno asimptotski stabilan ako je efekat kvantizacije zanemarljiv ; regulaciono odstupanje, nakon inicijalne promjene, postaje:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \cong 0.$$

- Regulacioni krug se ne vraća u početno stacionarno stanje; pojavljuje se statička greška u konturi:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \neq 0.$$

- Javlja se dodatni slučajni signal — šum kvantizacije (šum zaokruživanja) — kao posledica neprestane pobude regulacionog kruga.
- Pojava graničnog kruga, perioda M,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k + M) \neq 0$$

gdje je M mantisa numeričke veličine pripremljene za rad u aritmetici sa pokretnim zarezmom (bilo koji broj L na taj način se predstavlja kao  $L = M \cdot 2^E$ , gdje je E broj zavisan o dužini riječi).

## Podešavanje parametara diskretnih PID algoritama

Diskretizacija procesnog signala unosi, u dinamičkom smislu, u regulacioni krug dodatno kašnjenje, otuda se period odabiranja  $T_0$ , pored pojačanja, integralnog i diferentnog vremena, javlja kao dodatni, četvrti parametar podešavanja diskretnog PID algoritma, odnosno digitalnog regulatora.

(a) Da bi odabrani signal bilo moguće rekonstruisati u kontinualni, teorema Šenona traži  $T_0 \ll \pi/\omega_c$  gdje je sa  $\omega_c$  predstavljena maksimalna frekvencija spektra kontinualnog signala.

(b) Praksa je generisala niz empirijskih preporuka za izbor perioda uzorkovanja, koje ukazuju na sledeće:

- Ako je dominantno vrijeme kašnjenja i ako je prirodni period oscilovanja  $T_n$  regulacionog kruga poznat, tada period odabiranja okvirno tražiti prema

$$T_0 \approx (1/8 \div 1/16) 2\pi \cdot T_n$$

— Ako je dominantno vrijeme kašnjenja i ako je poznato vrijeme kašnjenja  $\tau$ , tada period odabiranja okvirno tražiti prema

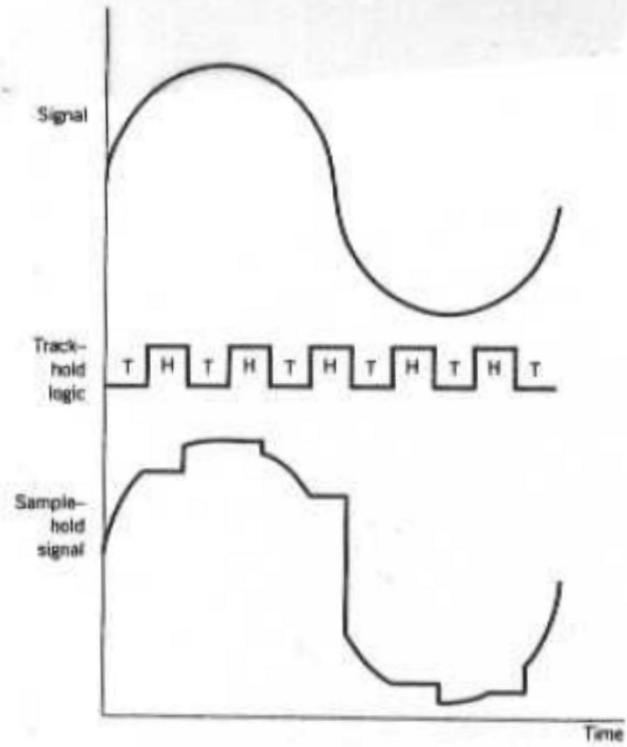
$$T_0 \approx (1/4 \div 1/8) \tau.$$

Opšta je odrednica da vrijeme odabiranja treba ravnopravno tretirati sa ostala tri standardna parametra podešavanja. Kako su se diskretni regulacioni algoritmi u svojoj industrijskoj realizaciji pojavili znatno kasnije od analognih i kako je dinamičko ponašanje, pa i podešavanje kontinualnih regulatora bilo dobro poznato, logičan je put da se procedura podešavanja diskretnih algoritama učini što sličnijom proceduri za kontinualne algoritme.

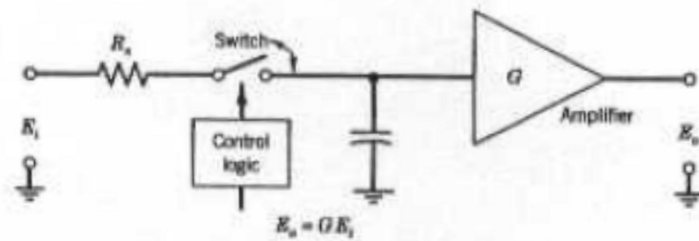
Efekat odabiranja unosi u regulacioni krug dodatno kašnjenje u iznosu od  $T_0/2$ , što je aproksimacija efekata kašnjenja koje unosi procedura odabiranja i rekonstrukcije signala. Stoga se za konturu sa diskretnim regulatorom polazi od toga da je ekvivalentno kašnjenje konture jednako zbiru čistog kašnjenja objekta i polovine perioda odabiranja, to jest

$$\tau_{ekv} = \tau + \frac{T_0}{2}$$

što čini upotrebljivim izraze, odnosno dijagrame izvedene za podešavanje konture sa kontinualnim regulatorom.

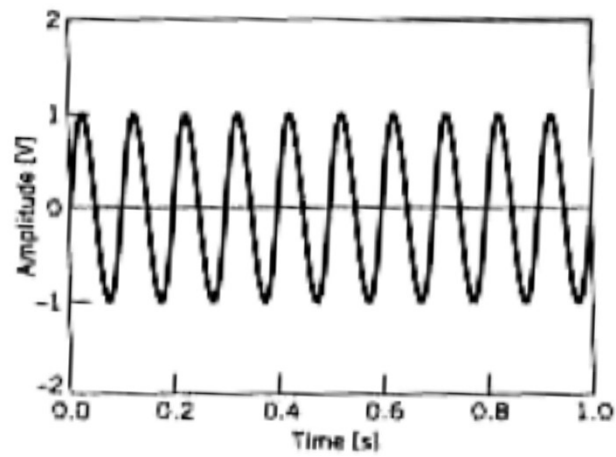


(a)

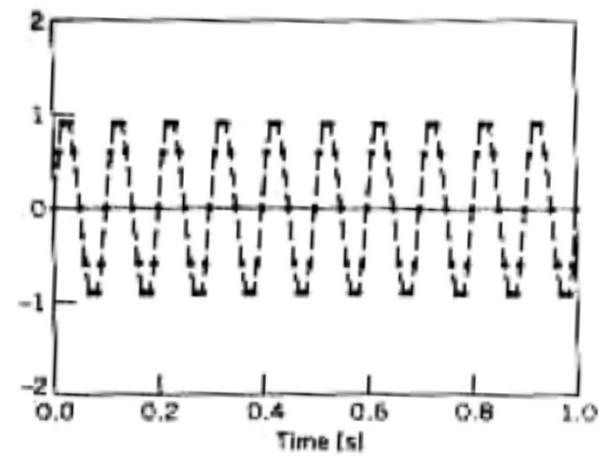


(b)

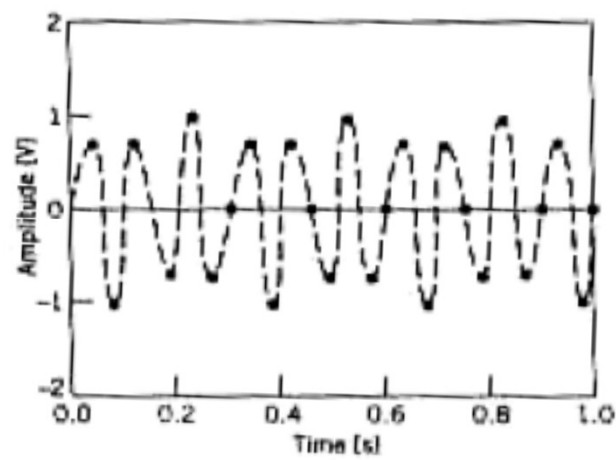
**Figure 6.23** Sample and hold technique: (a) original signal and sample and hold signal, (b) circuit.



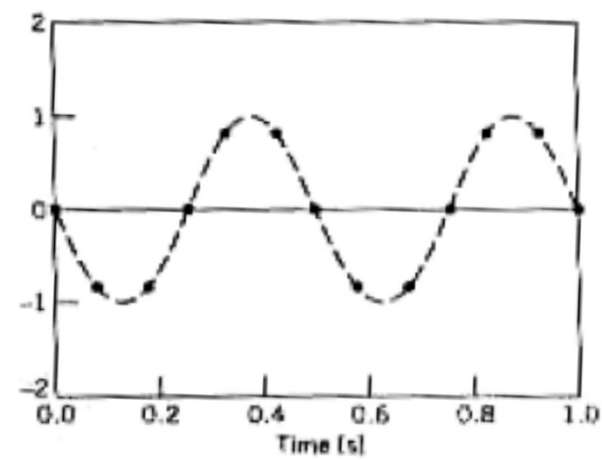
(a) Original 10-Hz sine wave analog signal



(b)  $f_s = 100$  Hz



(c)  $f_s = 27$  Hz



(d)  $f_s = 12$  Hz

**Figure 7.2** The effect of sample rate on signal frequency and amplitude interpretation.

## – SINTEZA REGULACIONE KONTURE SA DVOPOZICIONIM REGULATORIMA

Dvopozicioni regulator je tipičan primjer nelinearnog regulatora, te s obzirom na činjenicu da za nelinearne sisteme nema opštih metoda sinteze, ovdje je nemoguće dati opštu recepturu za sintezu konture, kako je to učinjeno za linearne algoritme. Situaciju značajno usložnjava i činjenica da se nelinearni regulatori izvode sa veoma oskudnim stepenima slobode (dvopozicioni bez parametara podešavanja, tropozicioni sa jednim parametrom podešavanja). Zbog toga se konture sa ovim regulatorima mogu izučavati samo od slučaja do slučaja, te će ovdje biti razmotrene kombinacije

- dvopozicioni regulator na astatskom objektu prvog reda
- dvopozicioni regulator na statičkom objektu prvog reda
- dvopozicioni regulator na astatskom objektu sa kašnjenjem
- dvopozicioni regulator na statičkom objektu sa kašnjenjem
- dvopozicioni regulator na astatickom objektu drugog reda

kao i jedan primjer primjene tropozicionog regulatora na objektu prvog reda

Na osnovu iskustava stečenih na ovim primjerima moguće je riješiti bilo koju kombinaciju objekat — regulator kao konkretni slučaj

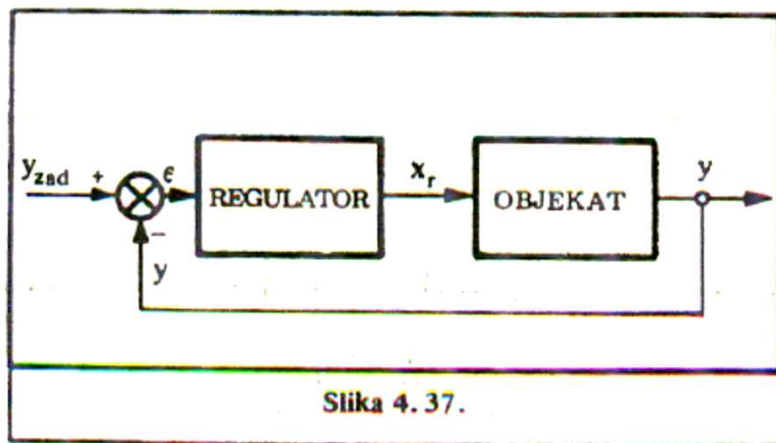
Dvopozicioni regulator na astatskom objektu prvog reda

Prenosna funkcija objekta je:  $W_{ob}(s) = \frac{\bar{K}_{ob}}{s}$  a jednačina regulatora u vremenskom

domenu je,  $x_r = B \operatorname{sgn}(\varepsilon)$

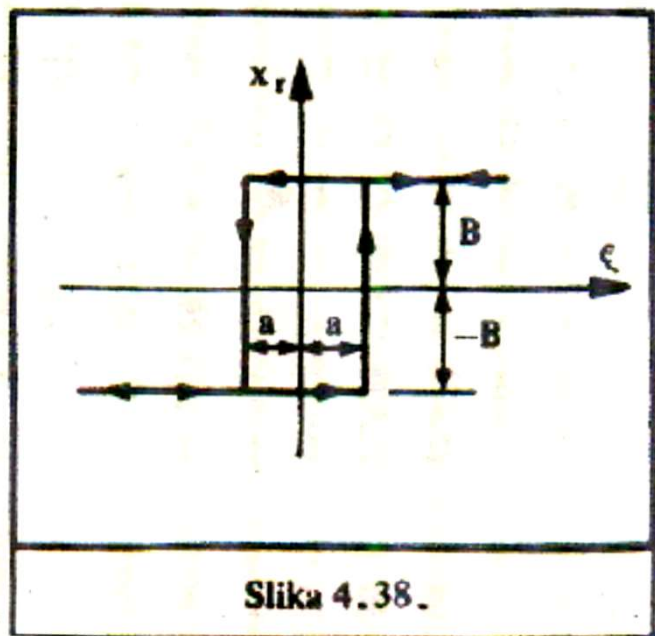
Kada na objekat djeluje regulator regulirajućim djelovanjem  $x_r$ , regulisana veličina se mijenja po pravcu

$$y = \bar{k}_{ob} \cdot B \cdot t \cdot \operatorname{sgn} \varepsilon.$$



Ako regulator ima histerezis (zonu nejednoznačnosti) prema slici (4.38), prelazni proces regulisane veličine je prikazan na slici (4.39), gdje je pokazan i dijagram promjene regulirajuće veličine u vremenu.





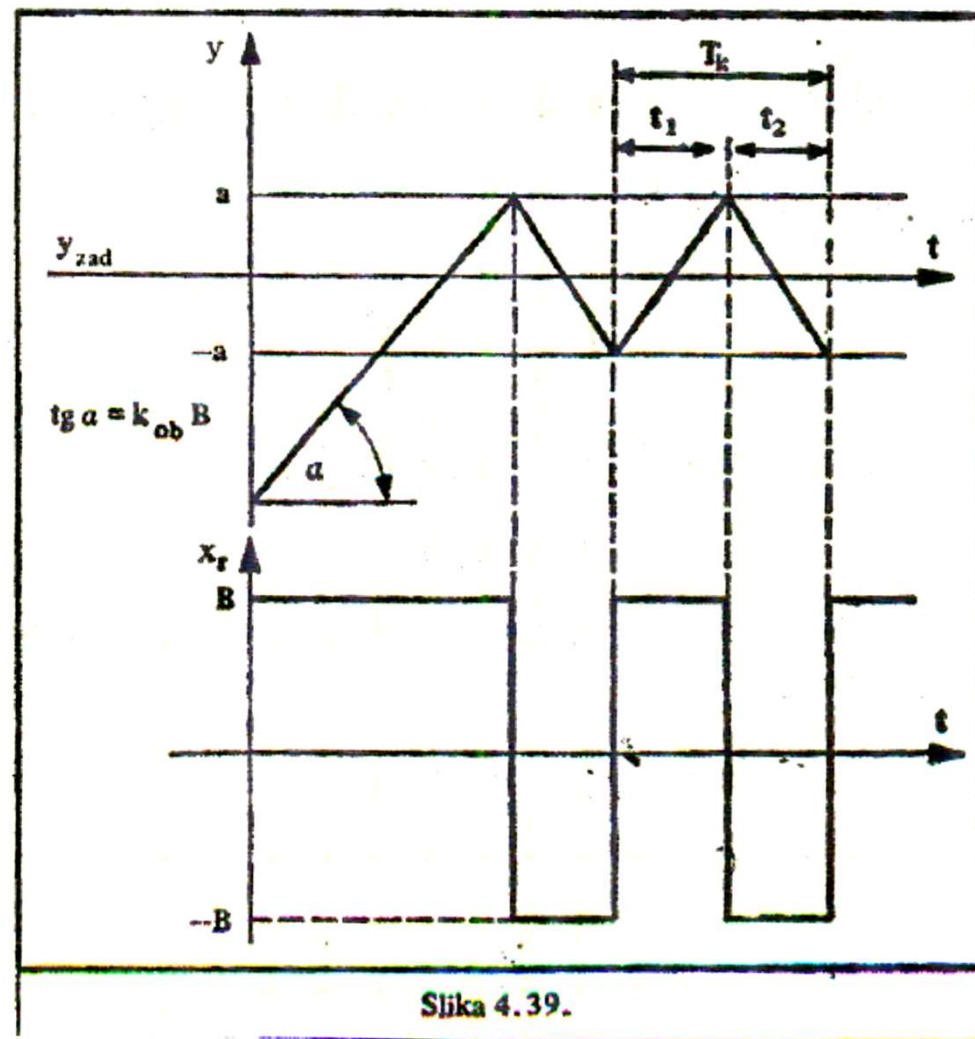
Slika 4.38.

U sistemu u kvazistacionarnom stanju postoje oscilacije regulisane veličine obzirom na zadatu vrijednost. Amplituda oscilacija je  $\Delta y = 2a$ , a trajanje pozitivnog impulsa  $t_1$  je u kvazistacionarnom stanju jednako trajanju negativnog impulsa  $t_2$

$$t_1 = t_2 = \frac{2a}{k_{ob} \cdot B}$$

Frekvencija preključivanja regulatora u jedinici vremena je jednaka

$$n = \frac{\bar{k}_{ob} \cdot B}{2a}$$



Slika 4.39.

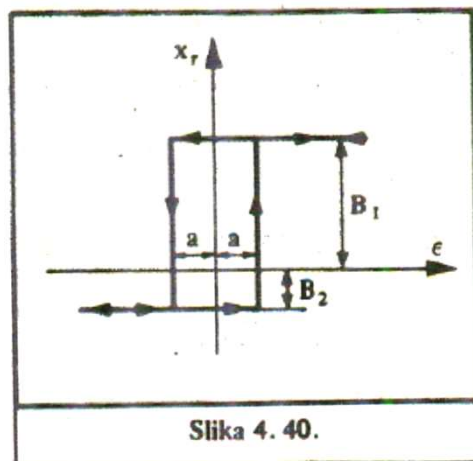
Za slučaj regulatora sa nesimetričnom karakteristikom prema slici 4.40 kvazistacionarno stanje poprima vid kao na sl.4.41 na kojoj je pokazan i vremenski dijagram regulirajuće veličine. U tom slučaju vrijede izrazi

$$t_1 = \frac{2a}{k_{ob} \cdot B_1}$$

$$t_2 = \frac{2a}{k_{ob} \cdot B_2}$$

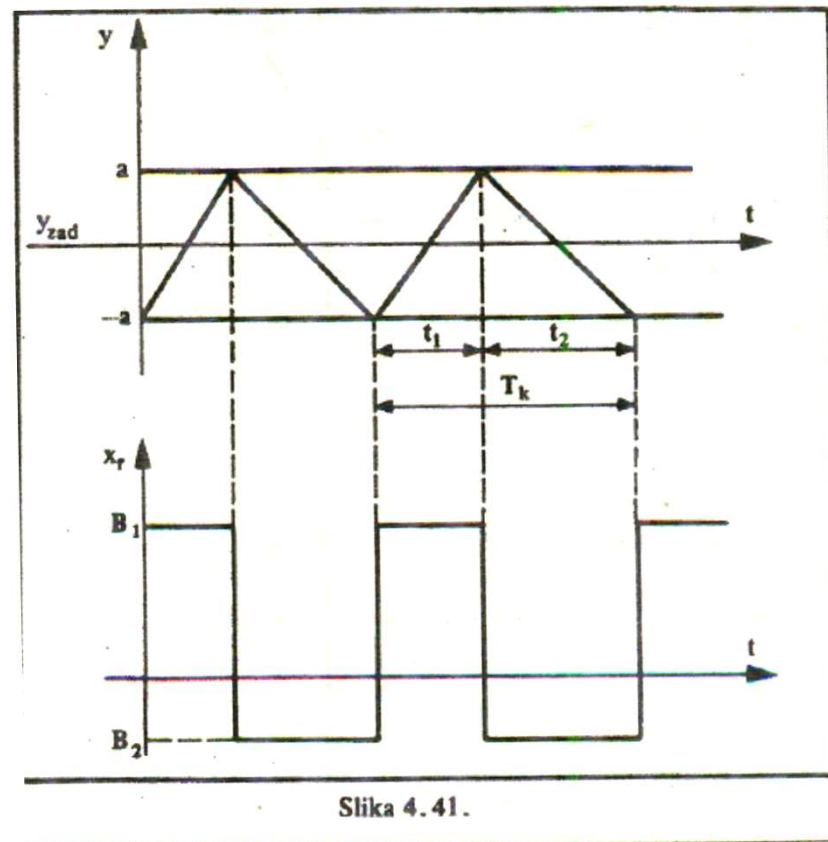
$$T_k = t_1 + t_2 = \frac{2a}{k_{ob}} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right)$$

$$n = \frac{k_{ob} B_1 B_2}{a(B_1 + B_2)}$$



Slika 4.40.

Iz ovih razmatranja slijedi da se amplituda samooscilacija može smanjiti samo preko smanjenja histerezisa regulatora, ali se pri tome povećava frekvencija preključivanja regulatora, tj. Kada  $a \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ .



Slika 4.41.

Međutim pošto se u dvopozicionim regulatorima histerezis ne može mijenjati, na frekvenciju preključivanja se djeluje izborom veličina B1 i B2, tj. Kada se B smanjuje, smanjuje se i frekvencija preključivanja što je i cilj projektanta, jer se tada izvršni organ manje haba( ukoliko je mehanički). Izbor B je time poprimio vid operacije koja zamjenjuje podešavanje regulatora.

## Dvopozicioni regulator na statičkom objektu prvog reda

Prenosna funkcija objekta je  $W_{ob}(s) = \frac{k_{ob}}{T_{ob}s + 1}$ .

Pri postojanju odskočnog ulaza u objektat amplitude B, regulisana veličina se kreće po zakonu

$$y = k_{ob} \cdot B \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_{ob}}}).$$

Slika 4.42. pokazuje kvazistacionarno stanje regulisane veličine  $y$ , a na istoj slici je pokazan i vremenski dijagram regulirajuće veličine  $x_r$ . Slika vrijedi za  $B_1=B_2=B$ ,  $y_{zad}$  u sredini raspona medu  $k_{ob}B$  i  $-k_{ob}B$ .

Očigledno je da histerezis  $a$  definiše amplitudu oscilacija kvazistacionarnog stanja:  $\Delta y = 2a$ .

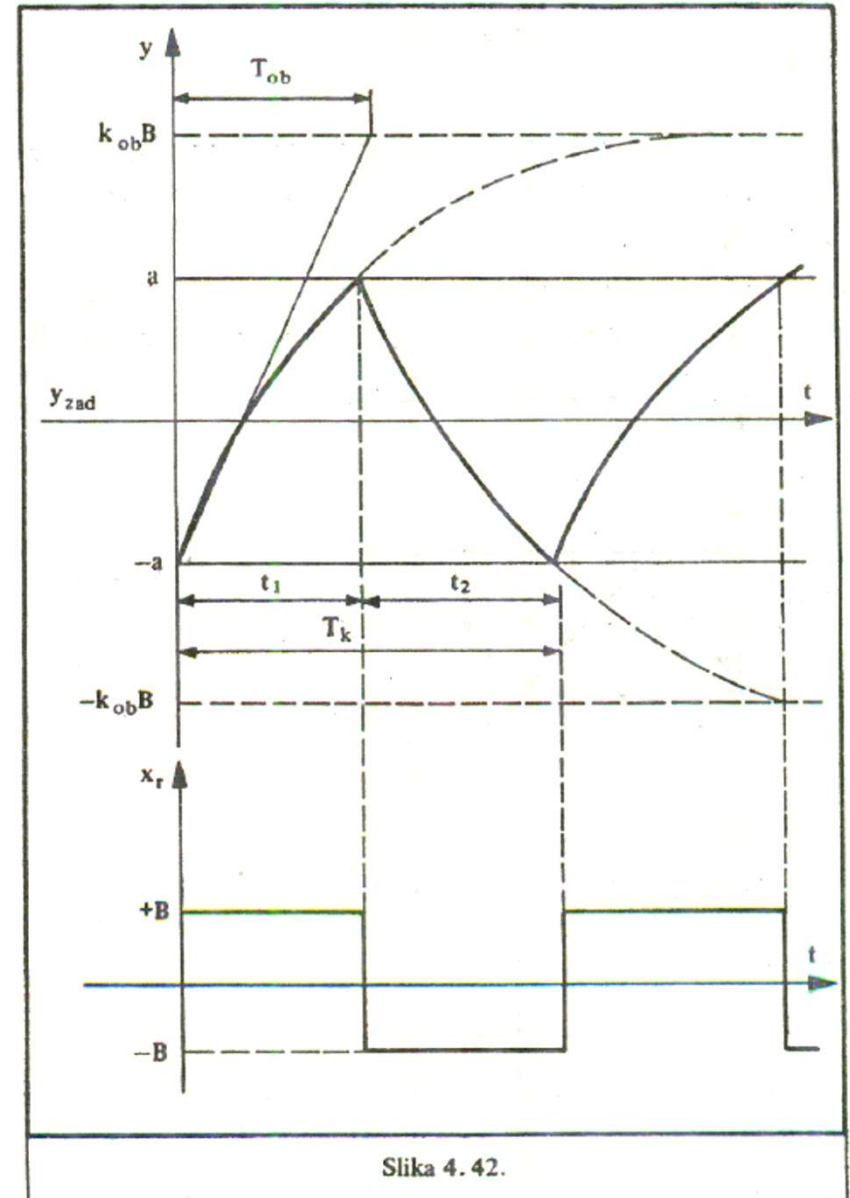
Na osnovu relacije za  $y$  slijedi trajanje impulsa

$$t_1 = t_2 = T_{ob} \ln \frac{k_{ob} \cdot B + a}{k_{ob} \cdot B - a}$$

$$T_k = 2 t_1.$$

, a frekvencija preključivanja je

$$n = \frac{2}{T_k}$$



Slika 4. 42.

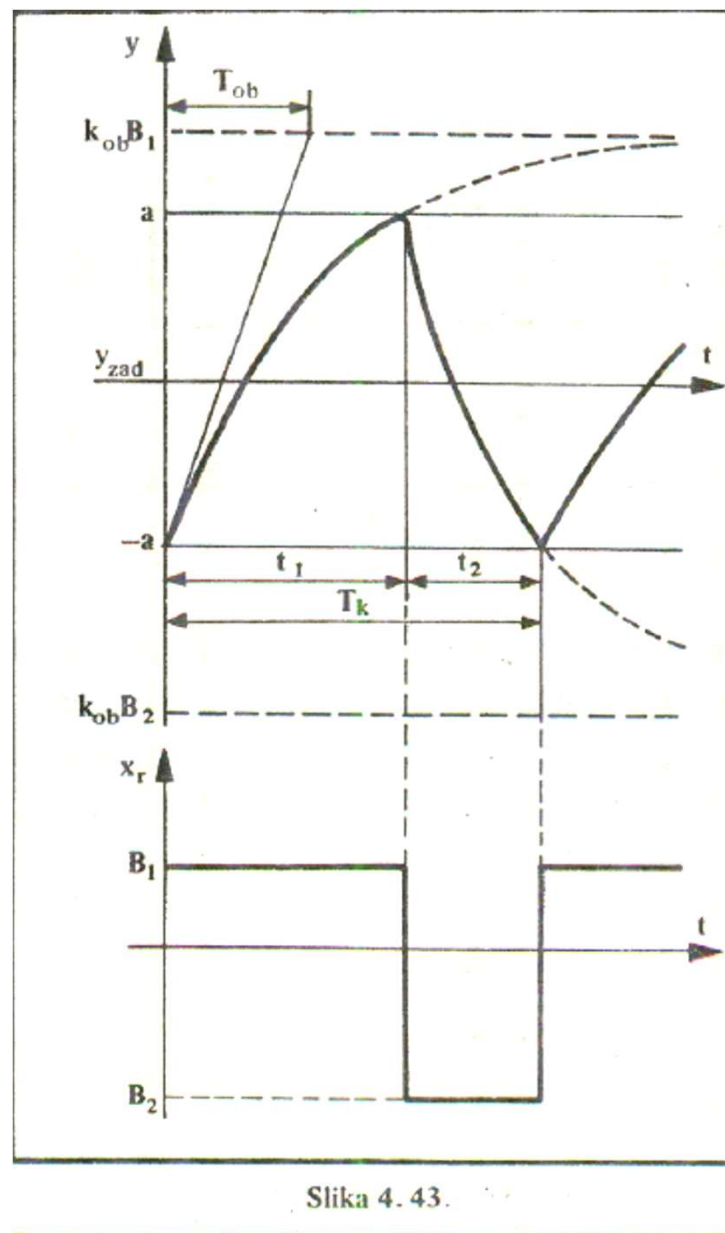
Ako je statička karakteristika regulatora nesimetrična, situacija je prikazana slikom 4.43, a odgovarajuće relacije su

$$t_1 = T_{ob} \ln \frac{k_{ob} B_1 + a}{k_{ob} B_1 - a}$$

$$t_2 = T_{ob} \ln \frac{k_{ob} B_2 + a}{k_{ob} B_2 - a}$$

$$T_k = T_{ob} \ln \frac{(k_{ob} B_1 + a)(k_{ob} B_2 + a)}{(k_{ob} B_1 - a)(k_{ob} B_2 - a)}$$

$$n = \frac{2}{T_k}$$



Slika 4.43.

Slijede zaključci da isto kao i kod astatskog objekta smanjenje histerezisa vodilo bi smanjenju amplitude oscilacija (što je poželjno jer regulacija ima veću tacnost), ali i neželjenom smanjenju perioda oscilacija i povećanju broja preključivanja regulatora. Broj preključivanja je moguće smanjiti smanjenjem nivoa energije koji regulator komutira. Pri tome je smanjenje energije ograničeno činjenicom da energija primijenjena na objekat mora biti dovoljna da može potpuno kompenzirati i najveće smetnje koje se pojavljuju na objektu, a veoma male energije sužavaju i mogući dijapazon zadate vrijednosti. Dakle, i ovdje se mora ići na kompromis između životnog vijeka izvršnog organa i tačnosti regulacije.

Povećanje vremenske konstante objekta takođe povećava period oscilacija i smanjenje broja preključivanja, ali vremenska konstanta objekta je rijetko kad stepen slobode za projektanta sistema automatskog upravljanja.

## Dvopozicioni regulator na astatskom objektu sa kašnjenjem

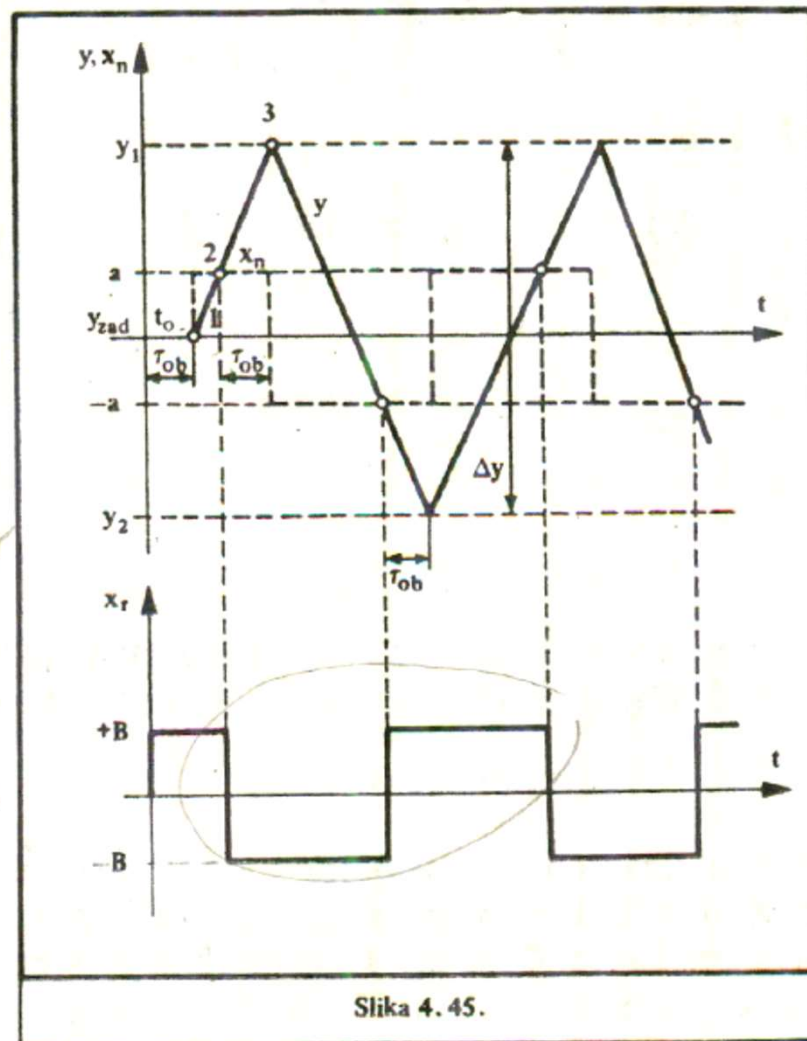
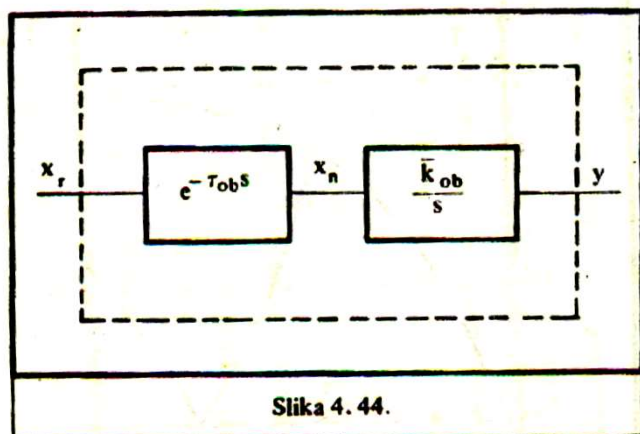
Prenosna funkcija objekta je:

$$W_{ob}(s) = \frac{\bar{k}_{ob}}{s} e^{-s\tau_{ob}}$$

Pri tome se objekat shematski može predstaviti kao na slici 4.44. Pri regulirajućoj veličini  $x_r = B$  ovakav objekat će dati odziv

$$y = \bar{k}_{ob} B \cdot (t - \tau_{ob})$$

a slika 4.45. pokazuje vremenske dijagrame koordinata u tom slučaju



Ako u momentu  $t_0$  skokom  $x_r$  promijeni vrijednost sa nule na  $B$  to se odrazi na koordinati  $x_n$  sa kašnjenjem  $\tau_{ob}$ , te koordinata  $y$  raste od tačke 1 do tačke 2. U tački 2 regulator komutira  $x_r$  sa  $+B$  na  $-B$ , ali efekat komutacije kasni takode za  $\tau_{ob}$  kroz blok kašnjenja te regulisana veličina  $y$  raste dalje, sve dok u tački 3, po isteku vremena kašnjenja, ne promijeni smjer i počne opadati. Taj efekat kašnjenja doprinosi da je:  $\Delta y > 2a$ .

Pri simetričnoj karakteristici regulatora dužina pozitivnog impulsa je jednaka dužini negativnog impulsa

$$t_1 = t_2 = 2 \left( \tau_{ob} + \frac{a}{\bar{k}_{ob} \cdot B} \right).$$

Period oscilovanja je  $T_k = 4 \left( \tau_{ob} + \frac{a}{\bar{k}_{ob} \cdot B} \right).$

Frekvencija preključivanja  $n = \frac{\bar{k}_{ob} \cdot B}{2(a + \bar{k}_{ob} \cdot B \cdot \tau_{ob})}.$

Amplituda oscilacija  $\Delta y = 2(a + \bar{k}_{ob} \cdot B \cdot \tau_{ob}).$

Iz ovih izraza proizlazi da što je veće kašnjenje to je veća amplituda oscilacija i manja frekvencija preključivanja.

Za objekte sa kašnjenjem ima smisla upotrijebiti regulatore bez histerezisa, pa je

$$T_k = 4 \tau_{ob}$$
$$n = \frac{1}{2 \tau_{ob}}$$
$$\Delta y = 2 \bar{k}_{ob} \cdot B \cdot \tau_{ob}.$$

Ako regulator ima nesimetričnu statičku karakteristiku sa histerezisom, to će biti:

pozitivni impuls

$$t_1 = \tau_{ob} \left( 1 + \frac{B_2}{B_1} \right) + \frac{2 a}{\bar{k}_{ob} B_1}$$



negativni impuls

$$t_2 = \tau_{ob} \left( 1 + \frac{B_1}{B_2} \right) + \frac{2a}{\bar{k}_{ob} B_2}.$$

Period je

$$T_k = \tau_{ob} \left( 2 + \frac{B_1}{B_2} + \frac{B_2}{B_1} \right) + \frac{2a}{\bar{k}_{ob}} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right).$$

Frekvencija preključivanja je

$$n = \frac{2 \bar{k}_{ob} B_1 B_2}{(B_1 + B_2) [2a + \bar{k}_{ob} \tau_{ob} (B_1 + B_2)]}$$

Amplituda samooscilacija je

$$\Delta y = 2a + \bar{k}_{ob} \cdot \tau_{ob} (B_1 + B_2).$$

Pozitivna amplituda je je

$$y_1 = a + \bar{k}_{ob} \cdot B_1 \cdot \tau_{ob}.$$

Negativna amplituda je

$$y_2 = a + \bar{k}_{ob} \cdot B_2 \cdot \tau_{ob}.$$

Pošto pozitivna i negativna amplituda oscilacija nijesu jednake, to slijedi da se srednja vrijednost regulisane veličine razlikuje od nule za vrijednost:

$$\varepsilon_0 = \bar{k}_{ob} \cdot \tau_{ob} (B_1 - B_2).$$

Znači, pri postojanju kašnjenja u sistemu i nesimetričnoj statičkoj karakteristici regulatora, postavljanje zadate vrijednosti na skali treba izvesti različito od zahtjeva tehnologije procesa za veličinu  $\varepsilon_0$ . U tom slučaju srednja vrijednost oscilacija regulisane veličine će se poklapati sa onom koju zahtijeva tehnologija.

Pri postojanju stalne smetnje od izvršnog organa na objekat sa amplitudom  $f_0$ , u zakonu regulisanja javiće se dodatna greška

$$\varepsilon_f = \bar{k}_{ob} \cdot \tau_{ob} \cdot f_0$$

tj. što je veće kašnjenje objekta to je veća greška u regulisanju pri postojanju smetnji na sistem. Lako je uočiti da je i u ovom slučaju jedini stepen slobode u projektovanju izbor **B**.

## Dvopozicioni regulator na statičkom objektu sa kašnjenjem

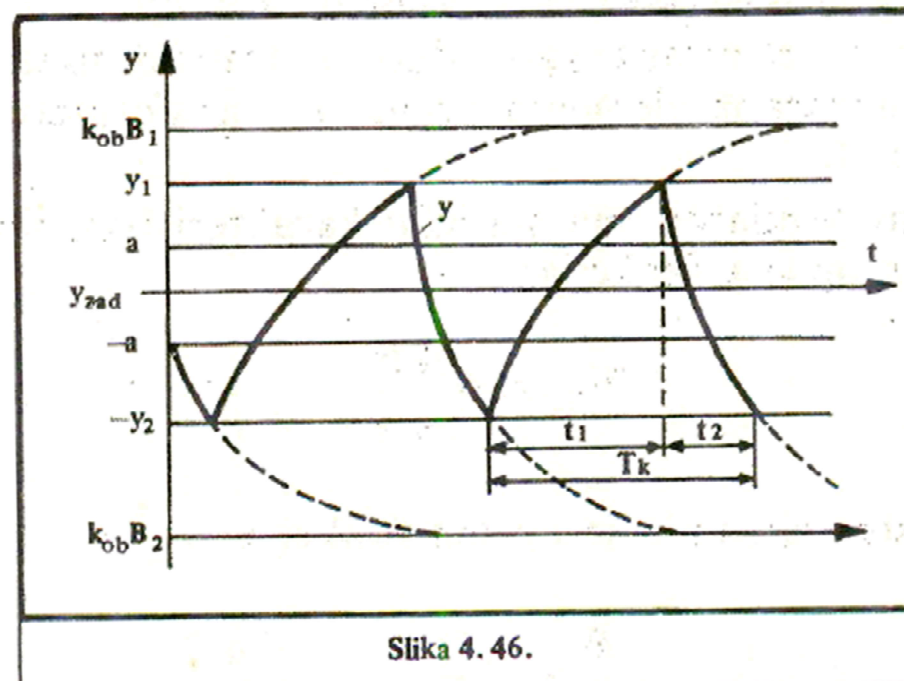
Prenosna funkcija objekta je:

$$W_{ob}(s) = \frac{k_{ob} e^{-s\tau_{ob}}}{T_{ob}s + 1}$$

Kvazistacionarno stanje regulacije pri nesimetričnoj statičkoj karakteristici regulatora je prikazano na Sl. 4.46.

Trajanje pozitivnog impulsa je:

$$t_1 = \tau_{ob} + T_{ob} \ln \frac{k_{ob} \cdot (B_1 + B_2) - (k_{ob} B_2 - a) \cdot e^{-\frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}}}{k_{ob} B_1 - a}$$



Slika 4. 46.

Trajanje negativnog impulsa je:

$$t_2 = \tau_{ob} + T_{ob} \ln \frac{k_{ob} \cdot (B_1 + B_2) - (k_{ob} B_1 - a) \cdot e^{-\frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}}}{k_{ob} B_2 - a}$$

Period je:  $T_k = t_1 + t_2$ .

Pri tome je amplituda oscilacija

$$\Delta y = k_{ob} (B_1 + B_2) (1 - e^{-\frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}}) + 2 a \cdot e^{-\frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}}$$

a pozitivna amplituda

$$y_1 = k_{ob} \cdot B_1 (1 - e^{-\tau_{ob}/T_{ob}}) + a \cdot e^{-\tau_{ob}/T_{ob}}$$

i negativna amplituda

$$y_2 = k_{ob} \cdot B_2 (1 - e^{-\tau_{ob}/T_{ob}}) + a \cdot e^{-\tau_{ob}/T_{ob}}$$

Odstupanje srednje vrijednosti amplitude oscilacija od nule je :  $\varepsilon_0 = k_{ob} (B_1 - B_2) (1 - e^{-\tau_{ob}/T_{ob}})$

što je moguće odstraniti putem korekcije prilikom zadavanja zadane vrijednosti regulatora. Pri pojavi trajne smetnje amplitude **f<sub>0</sub>** od izvršnog organa dodatna

greška je:  $\varepsilon_f = k_{ob} \cdot f_0 (1 - e^{-\tau_{ob}/T_{ob}})$ .

Specijalni slučaj za regulator bez histerezisa je moguće dobiti stavljajući  $a = 0$  u ove izraze. Međutim,  $\varepsilon_0$  i  $\varepsilon_f$  ostaju kao i kada  $a \neq 0$ .

## Podešavanje dvopozicionih regulatora na objektu drugog reda

Ovaj primjer će biti, ilustracije radi, urađen metodom opisne funkcije.

Opisna funkcija je definisana kao odnos Laplasove transformacije prvog harmonika izlaznog signala iz nelinearnog elementa prema Laplasovoj transformaciji ulaznog sinusnog signala sa amplitudom **A**. Ako dvopozicioni regulator ima statičku karakteristiku simetričnu ( $\pm \mathbf{B}$ ) bez histerezisa, tada mu je opisna funkcija:

$$W_H(s) = \frac{4B}{\pi A}$$

A u slučaju da ima histerezis, tada je opisna funkcija

$$W_H(s) = \frac{4B}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} - s \frac{4aB}{\pi A^2}.$$

Primjena opisne funkcije, uz poznata četiri ograničenja, omogućava da se dalji tretman provede linearnim metodama.

Ako objekat u ovom slučaju ima prenosnu funkciju:  $W_{ob}(s) = \frac{k_{ob}}{(T_{ob}s + 1) \cdot s}$

Tada zatvorena kontura objekat-regulator je

$$\phi(s) = \frac{W_H(s) \cdot W_{ob}(s)}{1 + W_H(s) \cdot W_{ob}(s)}$$

Karakteristična jednačina sistema je  $1 + W_H(s) \cdot W_{ob}(s) = 0$ .

Stavljajući u karakterističnu jednačinu vrijednosti pojedinih prenosnih funkcija, dobija se

$$T_{ob}s^2 + \left(1 - \frac{4aBk_{ob}}{\pi A^2}\right) \cdot s + \frac{4k_{ob}B}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} = 0.$$

Sistem će imati neprigušene oscilacije pri:

$$1 - \frac{4 a B k_{ob}}{\pi A^2} = 0$$

(tj. kada je član uz s jednak nuli), sa frekvencijom

$$\omega = \sqrt{\frac{4 k_{ob} B}{\pi A T_{ob}}} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}$$

Rješavajući posljednje dvije jednačine po **B** i **a**, dobiju se jednačine za podešavanje

$$B = \frac{\pi A}{4 k_{ob}} \sqrt{1 + T_{ob}^2 \omega^4}$$

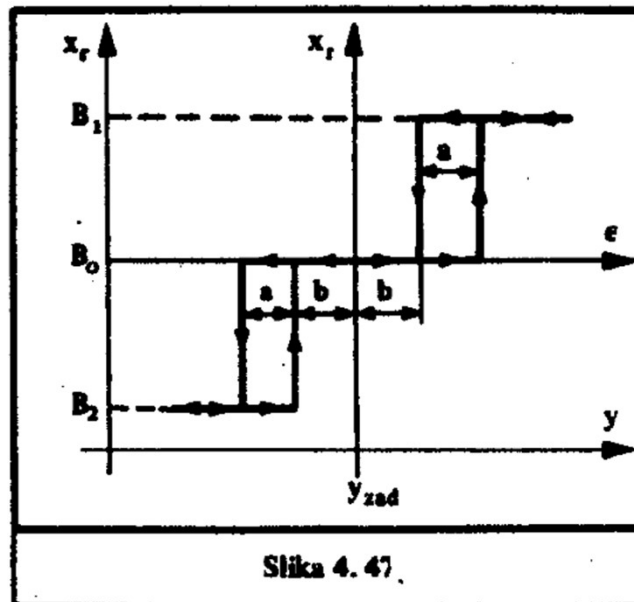
$$a = \frac{A}{\sqrt{1 + T_{ob}^2 \omega^4}}$$

Stavljajući u ove jednačine vrijednost za dopustivu amplitudu oscilacija  $A$  (u ranijim primjerima  $\Delta y$ ) i frekvenciju preključivanja regulatora, dobiju se parametri podešavanja regulatora.

Na ovaj način moguće je tretirati i konture sa drugim objektima

## Kontura sa tropozicionim regulatorom

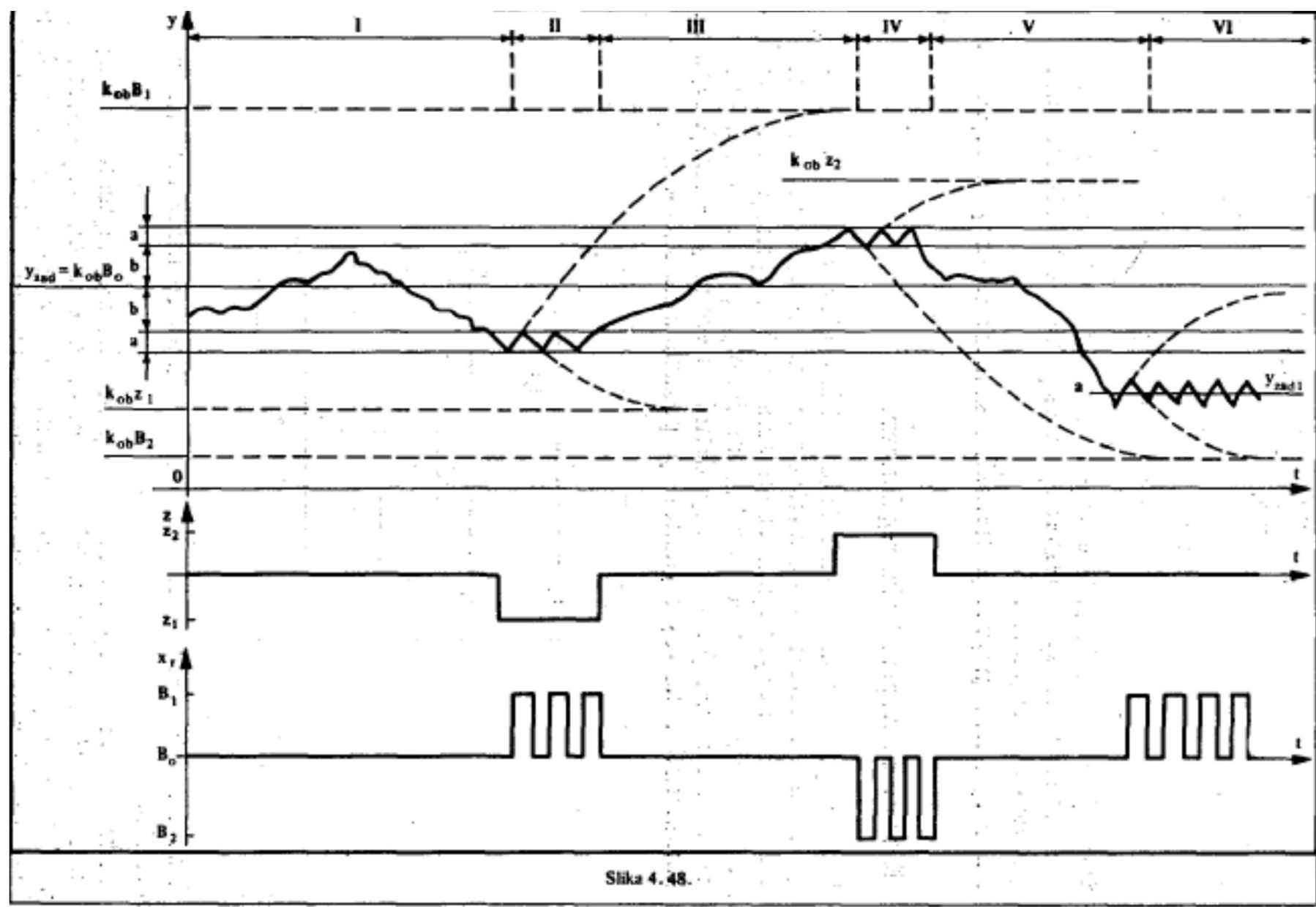
U situacijama kada visoka tačnost održavanja regulisane veličine nije od primarnog značaja, a životni vijek izvršnog organa treba da bude što duži i objekat nije izložen čestim i dugotrajnim smetnjama, može se primijeniti posebna vrsta regulatora — tropozicioni regulator koji predstavlja poseban vid dvopozicionog regulatora sa zonom neosjetljivosti koja definiše treće moguće stanje regulatora. Statička karakteristika takvog regulatora je pokazana na slici 4.47.





Kao što je evidentno, tropozicioni regulator se može ostvariti pomoću dva dvopoziciona.

Osnovno ograničenje na primjenu tropozicionog regulatora sa relejnim elementom kao izvršnim organom leži u činjenici da se zadata vrijednost ne može mijenjati, a da se ne promijeni i nivo regulirajuće veličine **B<sub>o</sub>**, jer bi inače regulator radio samo sa jednom polovinom statičke karakteristike, tj. kao dvopozicioni, što bi učinilo apsurdnom njegovu primjenu. Naime, osnovni projektni parametar za sintezu konture sa tropozicionim regulatorom je određivanje nivoa **B<sub>o</sub>**, koji mora biti takav da pri odsustvu smetnji drži objekat u zoni **b** oko zadate vrijednosti. Slika 4.48. pokazuje jednu od mogućih kombinacija režima u kojima se može naći regulisana veličina **y** statičkog objekta upravljano tropozicionim regulatorom. (Primjena na astatičkom objektu ne dolazi u obzir pošto nivo **B<sub>o</sub>** ne dovodi do stacionarnog stanja koordinate **y**. Prikazano je šest različitih situacija.



Slika 4. 48.

- I. Stacionarno stanje se održava pomoću nivoa **B<sub>0</sub>** upravljačke veličine. Unutar zone **2b** koordinata **y** fluktuirala slobodno, pod uticajem slučajnih smetnji malog nivoa koji nije dovoljan da koordinatu **y** izvede iz zone **2b**. Izvršni organ miruje u stanju **B<sub>0</sub>**.
- II. Odskočna smetnja nivoa **Z<sub>1</sub>** djeluje na objekat, izbacuje koordinatu **y** (regulisanu veličinu) iz zone **2b** i regulator uključuje nivo upravljačke veličine **B<sub>1</sub>** koja vraća **y** u zonu **2b**. Čim **y** prođe raspon **a**, ponovo se uključuje **B<sub>0</sub>**, ali pošto smetnja **Z<sub>1</sub>** i dalje djeluje, **y** ponovo napušta zonu **2b** i to se ponavlja sve dok traje **Z<sub>1</sub>** sa dovoljnim intenzitetom da izbacila **y** iz zone **2b**. Regulator radi kao dvopozicioni komutirajući izvršni organ sa **B<sub>0</sub>** na **B<sub>1</sub>**, i obratno.
- III. Smetnja je nestala, **B<sub>0</sub>** ponovo kao u I drži **y** u zoni **2b**, traje stacionarno stanje koordinate **y**.
- IV. Pojavila se nova smetnja intenziteta **Z<sub>2</sub>**, regulator radi na gornjoj histerezoj petlji, upravljačka veličina se komutira sa **B<sub>0</sub>** na **B<sub>2</sub>**, i obratno.
- V. Ponovo stacionarno stanje, **B<sub>0</sub>** drži **y** unutar zone **2b**.
- VI. Promijenjena je zadata vrijednost sa **y<sub>zad</sub>** na **y<sub>zad1</sub>**. Nova zadata vrijednost se ne postiže niti nivoom **B<sub>0</sub>** niti nivoom **B<sub>2</sub>**, nego regulator u režimu dvopozicionog ostvaruje trajne komutacije sa **B<sub>0</sub>** na **B<sub>2</sub>**, i obratno. Postoji trajno kvazistacionarno stanje, izvršni organ trajno komutira. Prednost tropozicionog regulatora (rijetke komutacije samo za vrijeme postojanja velike smetnje) se gubi, komutacije postoje i kada nema smetnji.

Nepovoljnost situacije VI se gubi ako se promjena zadane vrijednosti veže sa odgovarajućom promjenom nivoa **B<sub>0</sub>**. Zakon koji povezuje  $y_{zad}$  sa **B<sub>0</sub>** zavisi od svakog konkretnog objekta.

Kao što se iz izloženog može zaključiti, ovakav tip regulacije ima smisla samo kod specijalnih objekata koji rade u mirnom režimu pretežan period vremena, a podvrgnuti su kratkotrajnim smetnjama bez promjene zadate vrijednosti.

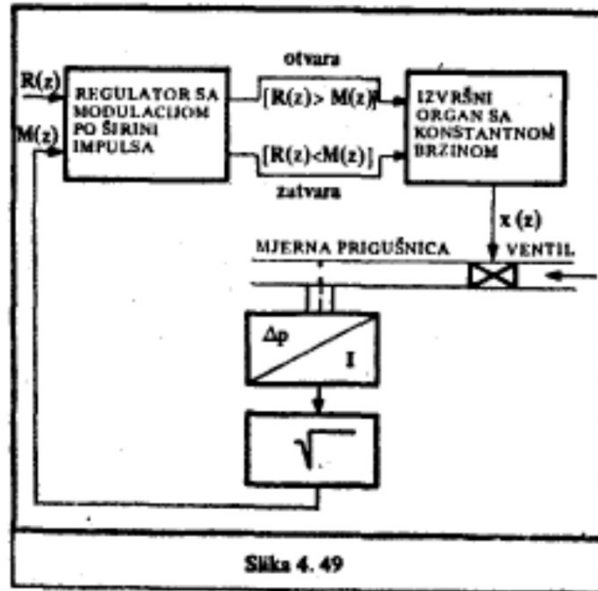
Međutim, ako se kao izvršni organ ovakvog regulatora upotrijebi električki asinhroni motor, koji se uključuje i isključuje relejnim elementom koji je u prethodnom primjeru bio sam krajnji izvršni organ, a ovdje predstavlja samo dio izvršnog organa iza koga slijedi integracioni blok (motor), situacija se suštinski mijenja i ograničenje na promjenu zadate vrijednosti u tom slučaju ne postoji. Statička karakteristika trofaznog regulatora sa izvršnim organom konstantne brzine je po formi kao i ona sa Sl. 4.47; sa razlikom da ova ordinata predstavlja  $y$  (pošto je motor konstantne brzine, može se predstaviti blokom sa integracionom karakteristikom čiji je izlaz  $y$ ). Motor ima tri moguća stanja (pokretanje u jednu stranu **B<sub>1</sub>** ; mirovanje **B<sub>0</sub>**; pokretanje u drugu stranu **B<sub>2</sub>**).

Na taj način je obezbijeđeno da nivou  $\mathbf{B}_0$  odgovara uvijek  $|\varepsilon| < \mathbf{b}$ , nezavisno od postavljene zadate vrijednosti.

Parametar podešenja  $\pm \mathbf{b}$  regulatora se bira na osnovu zahtjeva tačnosti održavanja regulisane veličine na zadatoj vrijednosti (veća tačnost manji  $\mathbf{b}$ ) i zahtjeva dugovječnosti motora i prekidača koji ga uključuju (duži vijek veći  $\mathbf{b}$ ). U svakom slučaju  $\mathbf{b}$  ne smije biti tako malo da se desi da motor dobije istovremeno komande  $\mathbf{B}_1$  i  $\mathbf{B}_2$ , jer to dovodi do havarijskog stanja u sistemu. Ako se uzme da trozpozicioni regulator radi na jednoj svojoj histereznoj petlji kao dvopozicioni, onda oscilacije kvazistacionarnog stanja jedne petlje ne smiju da se preklope sa onima od druge petlje, što se osigurava izborom  $\mathbf{b}$ :  $\mathbf{b} > \Delta \mathbf{y}$ , gdje je  $\Delta \mathbf{y}$  amplituda kvazistacionarnog stanja dvopozicionog regulatora.

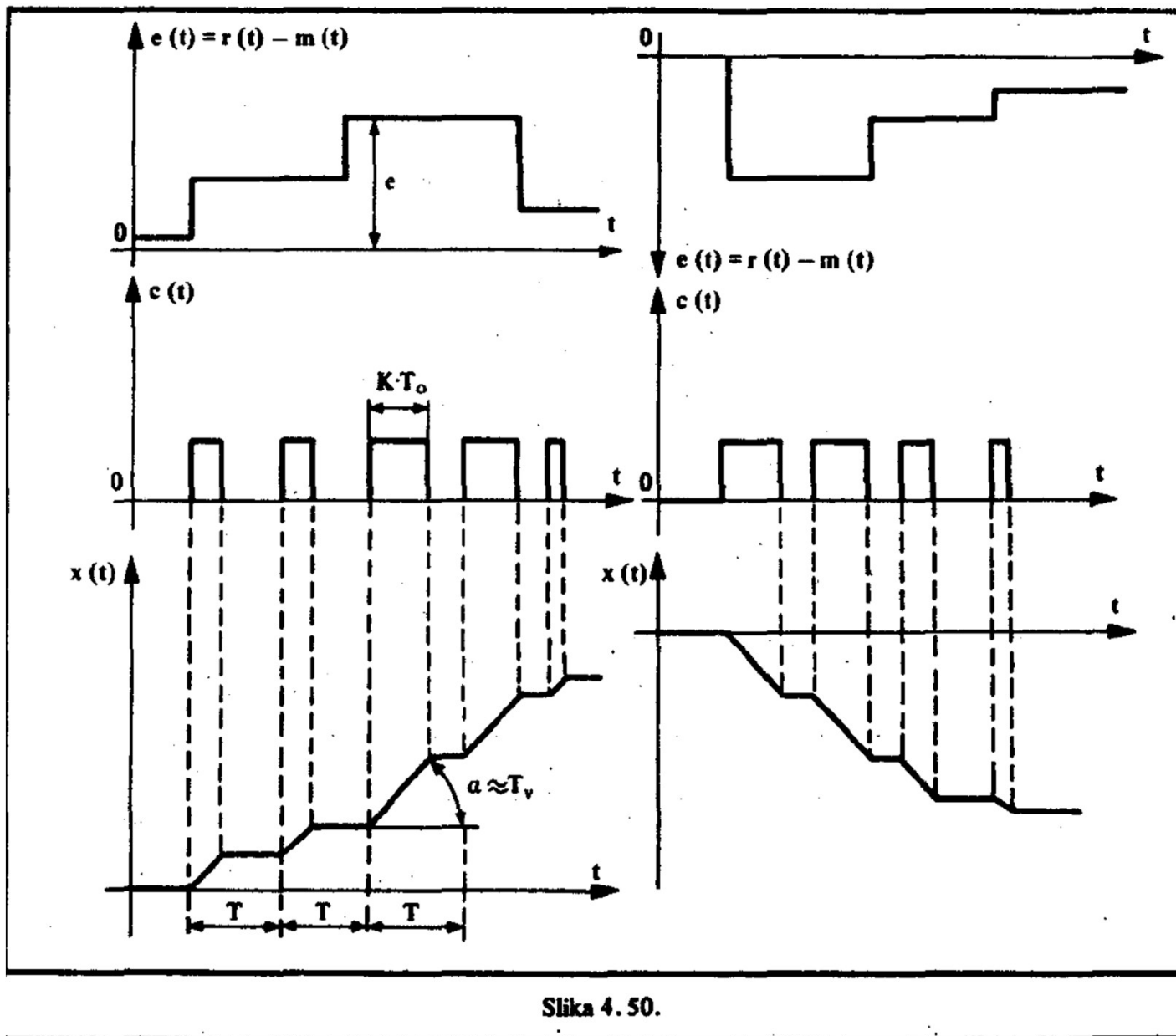
## KONTURA SA IMPULSNIM REGULATOROM SA MODULACIJOM PO ŠIRINI IMPULSA

Električni naizmjenični trofazni motor nije moguće upotrijebiti kao izvršni organ u regulacionom sistemu sa analognim regulatorom. Međutim, impulsni regulator sa dva izlazna kanala, sa modulacijom po širini impulsa je sasvim adekvatan za primjenu u sklopu sa takvim motorom koji predstavlja najjeftiniji pogon regulacionog ventila. Slika 4.49. pokazuje primjer regulacionog kruga sa impulsnim regulatorom sa modulacijom po širini impulsa i izvršnim organom sa konstantnom brzinom, a reguliše se protok fluida kroz cijev.



Regulator generiše na svom izlazu impulse konstantne amplitude. Trajanje impulsa je proporcionalno razlici između zadate vrijednosti i mjenog signala. Polaritet te razlike određuje koji od dva izlazna kanala je aktiviran. Kada je signal greške nula, nijedan kanal nije aktiviran i izlazni signal je nula.

Slika 4.50. pokazuje odnose među signalima u ovom regulacionom krugu. Regulacioni sistem sa modulacijom po trajanju impulsa je impulsni sistem pošto signal greške generiše izlazni signal samo u dijelu svakog perioda odabiranja. Prema tome, razmatranje će biti vođeno metodama koje se primjenjuju u impulsnim sistemima.

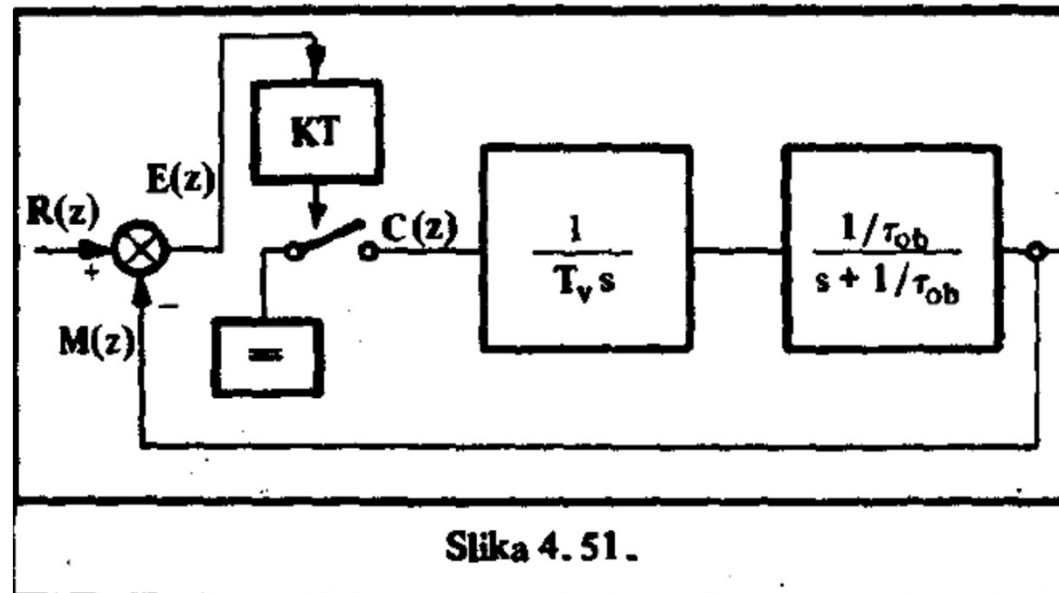


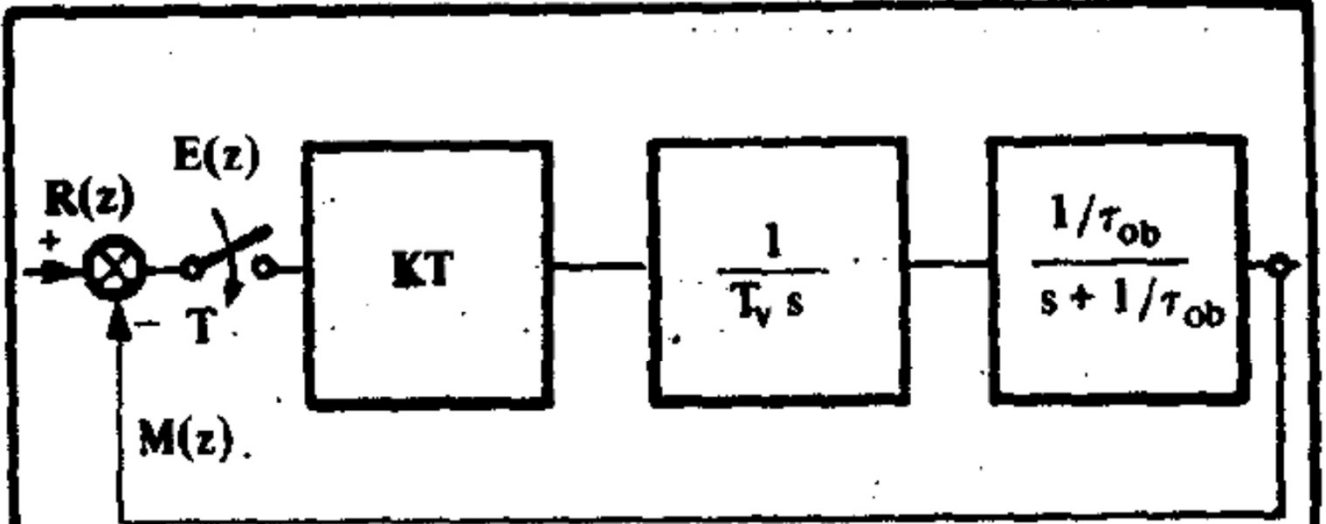


Da bi se primijenila Z transformacija na ovaj sistem sa modulacijom po trajanju impulsa, mora se pokazati njegova ekvivalentnost sa čistim impulsnim sistemom sa amplitudno-impulsnom modulacijom.

Stvami sistem prikazan blok-shemom je na slici 4.51.

S obzirom da iza odabirača slijedi čisti integrator, ovaj sistem je ekvivalentan sistemu sa Sl. 4.52. koji je impulsni sistem sa amplitudnom modulacijom i kao takav može se tretirati Z transformacijom.





Slika 4.52.

U ovoj analizi koja slijedi, objekat je prvog reda sa vremenskom konstantom  $\tau_{ob}$ .

Na slici 4.50. pozitivnom  $e$  odgovara rad prvog kanala koji znači otvaranje regulacionog ventila.

Negativnom  $e$  odgovara zatvaranje regulacionog ventila, odnosno rad drugog kanala.

Prenosna funkcija otvorenog sistema sa slike 4.52. ie:

$$G(s) = K \cdot T \frac{1}{T_v s} \cdot \frac{1/\tau_{ob}}{s + 1/\tau_{ob}}$$

što daje u Z domenu:

$$G(z) = \frac{kT}{T_v} \frac{z(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{(z-1)(z - e^{-T/\tau_{ob}})}$$

Pošto je  $H(z) = 1$ ;  $HG(z) = G(z)$ , pa je  $z$  prenosna funkcija zatvorenog sistema :

$$W(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{Q \cdot z}{z^2 - Ez + D}$$

, gdje je

$$D = e^{-T/\tau_{ob}}$$

$$Q = \frac{KT}{T_v} (1 - D)$$

$$E = 1 + D - Q.$$

Detaljnija razmatranja ovog sistema, kao i analogna simulacija pokazuju da se sistem linearno ponaša za svako pojačanje  $(kT/T_v)(1 - e^{-T/\tau_{ob}}) = Q$  za koje su polovi  $W(z)$  u  $Z$  ravni nadesno od imaginarne ose.

Za veće  $(kT/T_v)(1 - e^{-T/\tau_{ob}})$  sistem radi nelinearno - javlja se granični krug. Iz jednačine

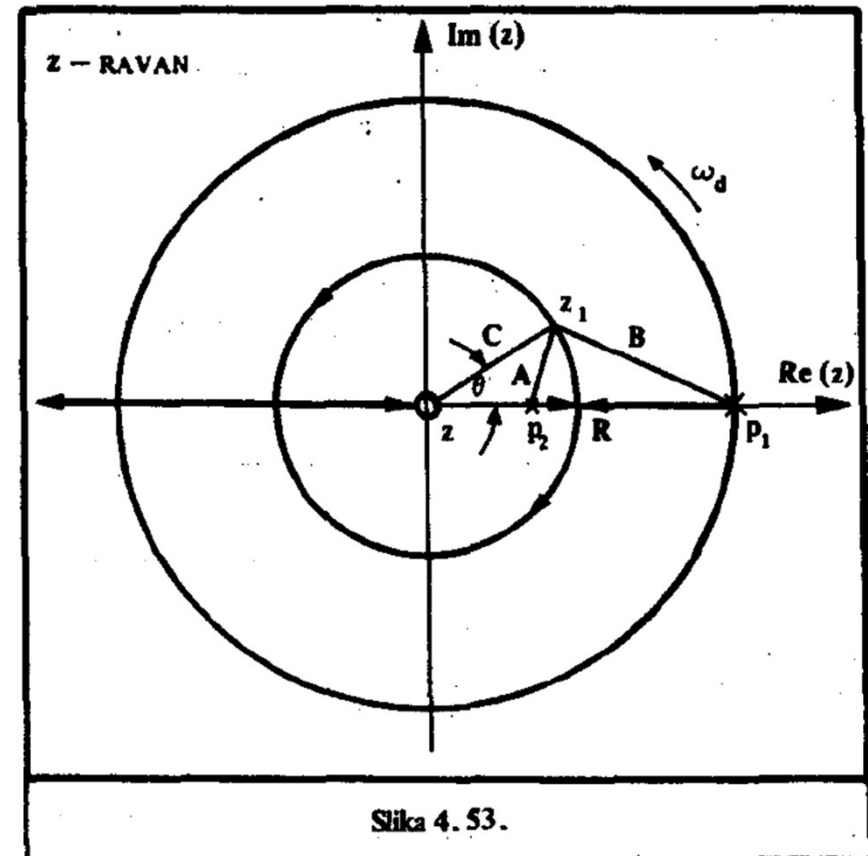
$$G(z) = \frac{kT}{T_v} \frac{z(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{(z-1)(z - e^{-T/\tau_{ob}})}$$

slijedi GMK sa slike 4.53.

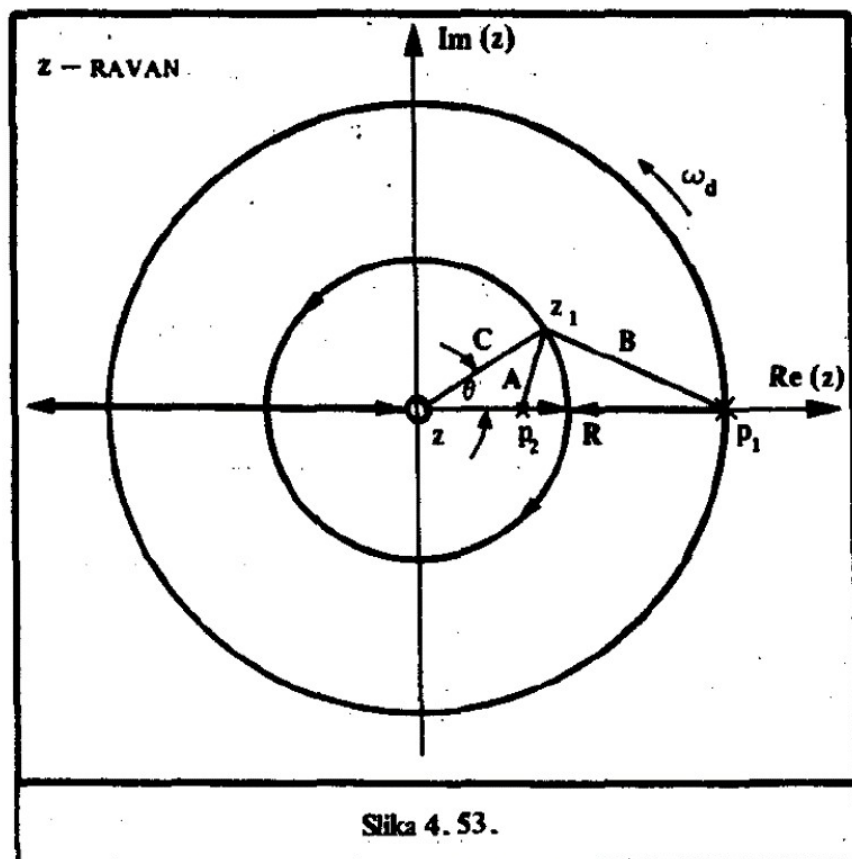
sa polovima  $z=D$ ,  $Z=1$  i nulom,  $Z=0$ .

Primjenom pravila o konstrukciji GMK u  $z$  domenu slijedi da je tačka razdvajanja

$$R = e^{-T/2\tau_{ob}}$$



Takođe slijedi da je u nekoj tački  $Z_1$  GMK pojačanje zatvorenog sistema dato podatkom amplituda vektora (koji imaju ishodište u polovima, odnosno nulama, a vrh u toj tački  $Z_1$ ).



Slika 4. 53.

$$Q = \frac{|A| |B|}{|C|}$$

a koji su pokazani na slici 4.53. Koristeći jednačine

$$D = e^{-T/\tau_{ob}}$$

$$Q = \frac{KT}{T_v} (1 - D)$$

, dobije se:

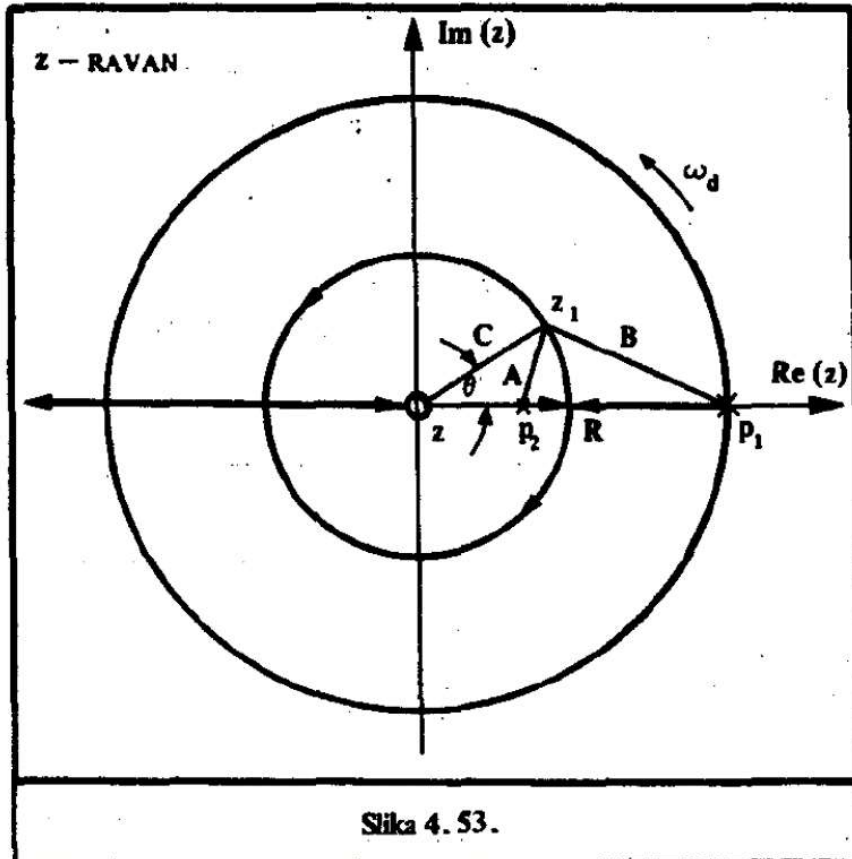
$$\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{\frac{|A| |B|}{|C|}}$$

Ovo je opšta forma krivih koje će se koristiti za podešavanje regulatora, a koje će se crtati za minimalno vrijeme smirenja i određenu veličinu preskoka

Veličina preskoka je funkcija stepena prigušenja  $\xi$ . Za minimalno vrijeme smirenja, bez preskoka, sistem je kritički prigušen, što odgovara tački **R** na hodografu. Vrijednost **Q** se na toj tački može računati preko jednačine

$$Q = \frac{|A| |B|}{|C|}$$

koristeći poznatu vrijednost za **R** i polove i nulu, te slijedi iz jednačine  $\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{\frac{|A| |B|}{|C|}}$ .



Slika 4. 53.

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{1 - e^{-T/\tau_{ob}}}{1 + e^{-T/\tau_{ob}} - z \cdot e^{-T/2\tau_{ob}}}$$

Za bilo koji drugi iznos preskoka ugao  $\theta$  na hodografu se može računati iz  $\xi$

$$\theta = \omega_d \cdot T = T \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = \frac{T}{2\tau_{ob}} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

jer je kanonska forma karakteristične jednačine zatvorenog sistema u s domenu

$$s^2 + \frac{1}{\tau_{ob}} s + \frac{KT}{T_v \tau_{ob}},$$

$$\frac{1}{\tau_{ob}} = 2 \xi \omega_n,$$

$$\omega_n = \frac{1}{2 \tau_{ob} \xi}.$$

Za određeni  $\xi$  vrijednost  $Q$  se računa grafički sa hodografa. Stavljajući tu vrijednost za  $Q$  u jednačinu

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{\frac{|A| |B|}{|C|}}.$$

, slijedi jednačina krive za određeni stepen prigušenja  $\xi$ :

$$\left[ \frac{T_v}{KT} = f(T/\tau_{ob}) \right]_{\xi}.$$

Kriva A na sl. 4.54. je za  $\xi = 1$ , tj. za kritično prigušeni slučaj. Analogna simulacija pokazuje da se nelinearni rad dešava kada korijeni pređu  $\text{Im}(z)$  osu, te je  $\text{Im}(z)$  osa granica linearnog rada. Iz jednačbe (4.190) slijedi da Član E određuje položaj korijena i  $E=0$  određuje tu granicu. Pomoću jednačina

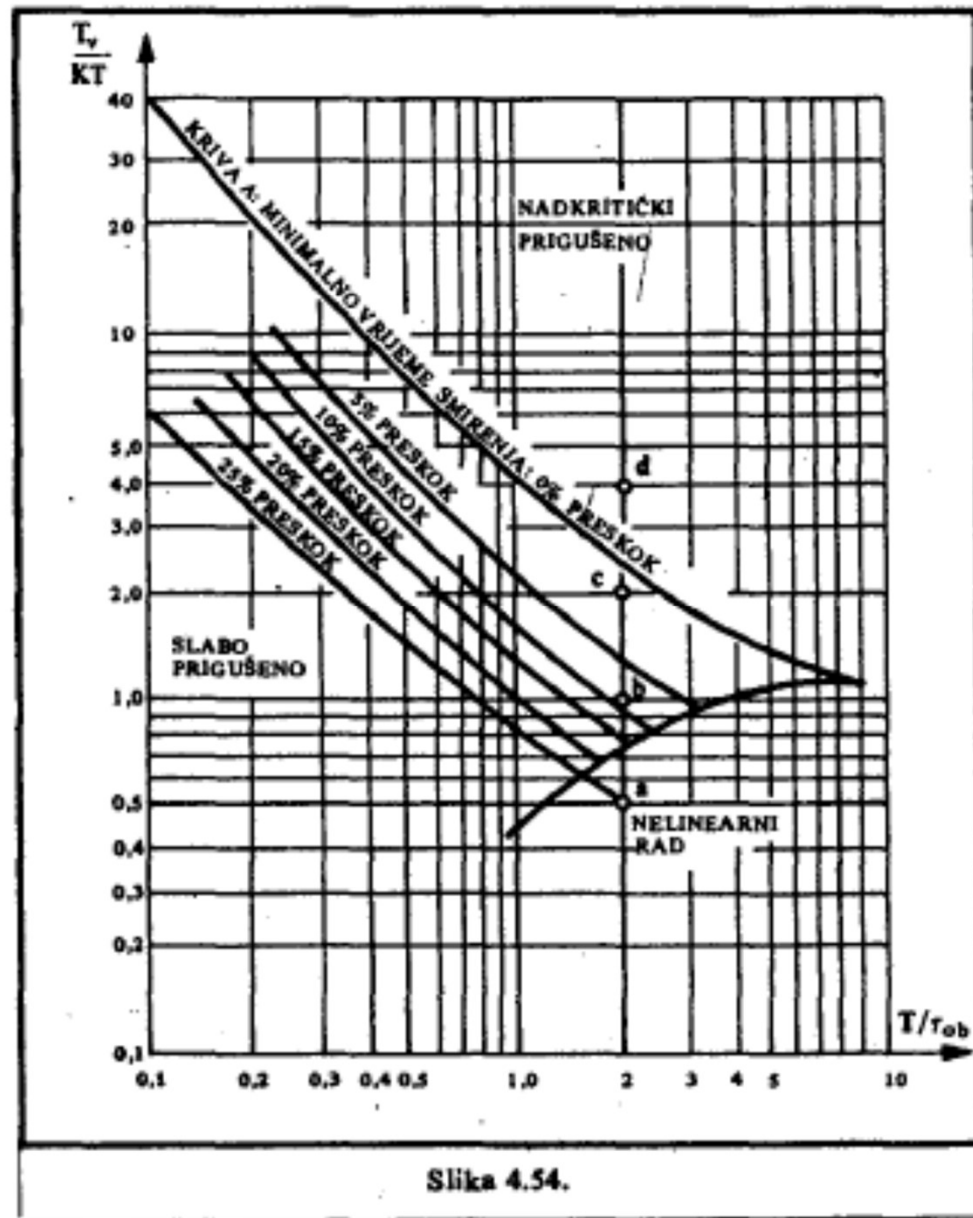
$$D = e^{-T/\tau_{ob}}$$

$$Q = \frac{KT}{T_v} (1 - D)$$

$$E = 1 + D - Q.$$

slijedi

$$E = 1 + e^{-T/\tau_{ob}} - \frac{KT}{T_v} (1 - e^{-T/\tau_{ob}}) = 0.$$



Slika 4.54.

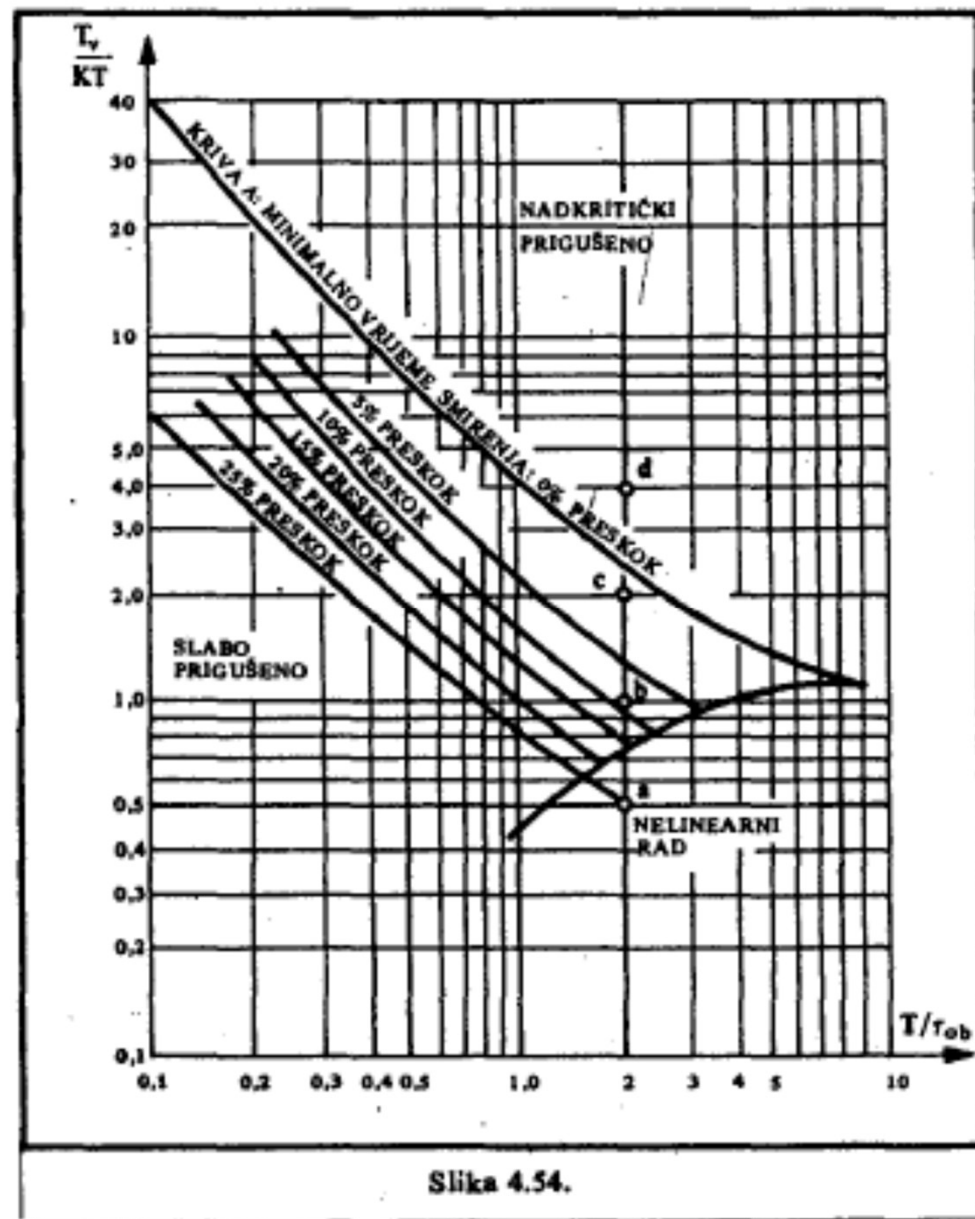


Prostim transformacijama se dobije

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{(1 + e^{-T/\tau_{ob}})}$$

To je jednačina granice linearnog rada u  $T_v/KT=f(T/\tau_{ob})$ , u dijagramu kriva C.

Krive sa slike 4.54. su crtane prema izvedenim izrazima, a vrijeme smirenja je definisano kao  $\pm 1,80/$  od novozadate vrijednosti. Krive su crtane za minimalno vrijeme smirenja na određenom stepenu preskoka.



Slika 4.54.

Kao što je poznato iz Teorije impulsnih sistema, povećanje vremena odabiranja  $T$  smanjuje stabilnost sistema. Zato se za proces bez čistog kašnjenja teži uvođenju što manjeg vremena odabiranja. Minimalna vrijednost  $T$  zavisi od osobina izvršnog organa. Ako je vrijeme  $T$  prekratko, može se desiti da impulsi na izlazu iz regulatora ne budu dovoljno dugački da prevaziđu trenje u izvršnom organu koji se neće pokretati na svaki impuls ili može početi raditi na nelinearan način.

Čak ako trenje i ne predstavlja problem, prečesti rad izvršnog organa može da uzrokuje njegovo nepotrebno habanje. Da se ograniči, prečesto kretanje izvršnog organa  $T$  je potrebno uskladiti sa preporukama proizvođača izvršnog organa. U tu svrhu se takode uvodi i zona neosjetljivosti u statičku karakteristiku regulatora, koja omogućava da izvršni organ miruje za mala odstupanja regulisane veličine.

Uz poznatu vremensku konstantu objekta  $\tau_{ob}$  i usvojen period odabiranja  $T$ , podešavanje pojačanja  $K$  regulatora se usvaja na nekoj nominalnoj srednjoj vrijednosti i  $T_v$  se nade unošenjem radne tačke u dijagram sa Sl. 4.54. Na primjer, za  $T = 15s$ ,  $K=2$  i  $\tau_{ob} = 7,5s$

Pri tome:

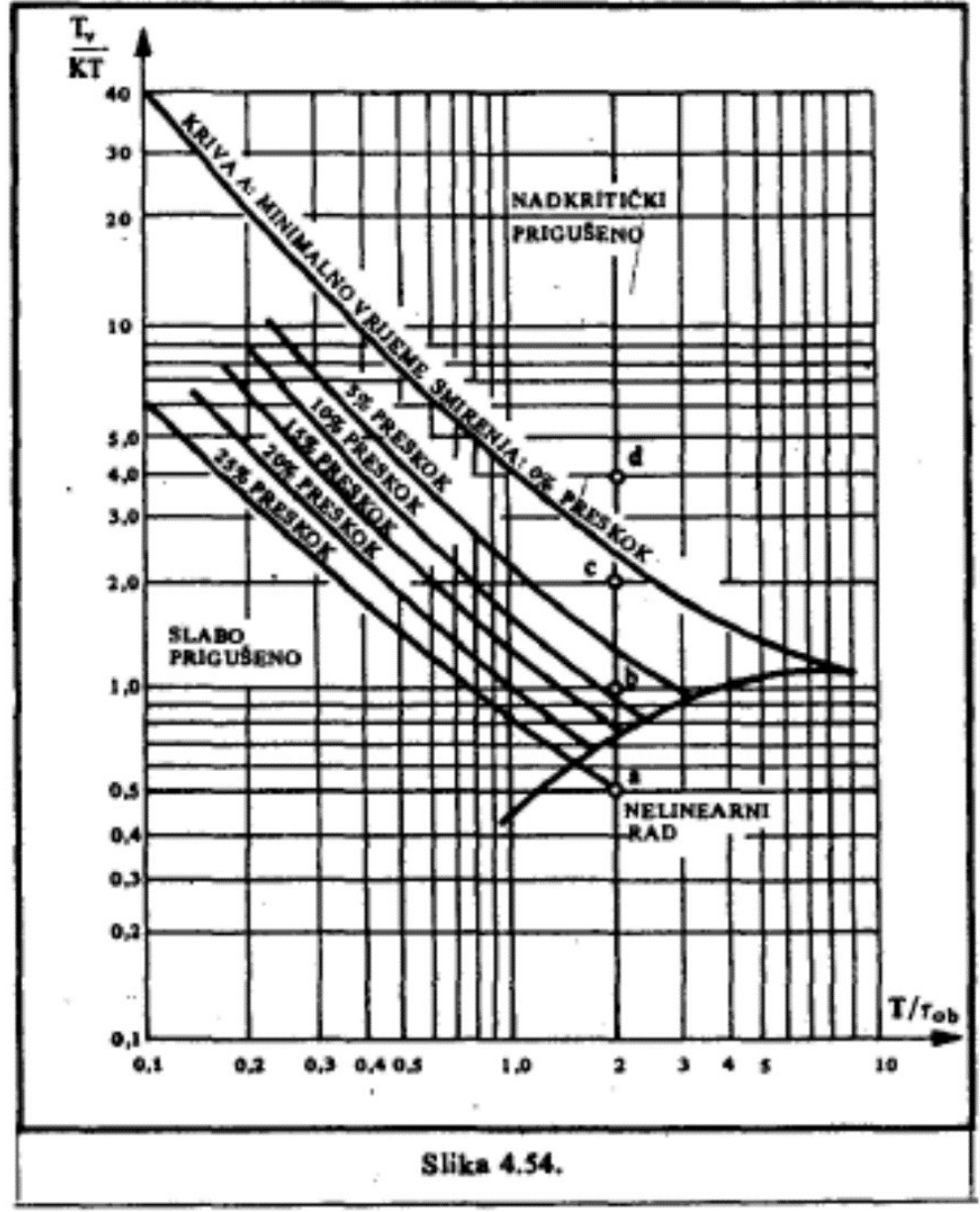
$T_v = 15$  sekundi (tačka a) daje prelazni proces sa oko 25% preskoka, ali pošto je ispod krive C, postojaće i granični krug.

$T_v = 30$  sekundi (tačka b) daje preskok oko 8%.

$T_v = 60$  sekundi (tačka c) daje prelazni proces bez preskoka.

$T_v = 120$  sekundi će dati natkritični prigušen odziv sistema.

Izbor zavisi od tehničkih uslova koje zadaju uslovi tehnologije regulisanog objekta.



Slika 4.54.